

מתמטיקה מקדמת שוויון

הוראת מתמטיקה בכיתות הטרוגניות
בחיבת הביניים



שותפות מחקר ופיתוח

רשת ברנקו וייס, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, מכון ויצמן למדע
והמרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה

תשפ"ו 2026

מתמטיקה מקדמת שוויון – הוראת מתמטיקה בכיתות הטרוגניות בחטיבת הביניים

שותפות מחקר ופיתוח

רשת ברנקו וייס, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, מכון ויצמן למדע
והמרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה

תשפ"ו 2026

לציטוט האוגדן: בביצ'נקו, מ., ברק, מ., גולדברג, ז., גרינברג, ל., וינגרדן, מ., פרשה, ר., קופר ג'. (2026). מתמטיקה
מקדמת שוויון - הוראת מתמטיקה בכיתות הטרוגניות בחטיבת הביניים.

חוקרים ראשיים: פרופ' יריב פניגר ופרופ' בוריס קויצ'ו
כותבים ומפתחים: ד"ר מרים בביצ'נקו, ד"ר מתן ברק, זיו גולדברג, ליטל גרינברג, ד"ר מרב וינגרדן,
ד"ר רעות פרשה, ד"ר ג'ייסון קופר
עריכה לשונית: רעות יששכר
עיצוב גרפי: נגה קנולר

שותפות ושותפים לדרך

יוזמה והובלה

רשת ברנקו וייס אביב קינן ארנה פרידמן עדו ברקוביץ	המרכז לחקר הפדגוגיה שותפויות אקדמיה-שדה, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב ד"ר הדר בהרב פרופ' יריב פניגר	המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע פרופ' בוריס קויצ'ו ד"ר ג'יסון קופר
---	--	---

הובלה וליווי התהליכים בביה"ס

רשת ברנקו וייס ליטל גרינברג	המרכז לחקר הפדגוגיה שותפויות אקדמיה-שדה, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב ד"ר מרים בביצ'נקו שירלי עופר ד"ר איסלאם אבו אסעד	המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע ד"ר מרב וינגרדן ד"ר רעות פרשה
--------------------------------	--	--

פיתוח וכתובת חומרים לאוגדן

רשת ברנקו וייס ליטל גרינברג	המרכז לחקר הפדגוגיה שותפויות אקדמיה-שדה, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב ד"ר מרים בביצ'נקו ד"ר מתן ברק זיו גולדברג	המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע ד"ר ג'יסון קופר ד"ר מרב וינגרדן ד"ר רעות פרשה
--------------------------------	---	---

שותפות ושותפים בשדה

תיכון ברנקו וייס, בית-שמש

מנהלים:	מורות:	מורות מובילות:
חיים חמוי, שמעון וייס	אורטל יחיא, דניאלה עובדיה, טל ביטון, לילך לוי, לינוי אלמלח, מרים שרמן, עליסה קפלן, טליה כהן, אודליה דהן, גיל טנא, אלון פרץ	אביגיל ויקסלבוים, אינה טרן

תיכון ברנקו וייס ע"ש הרצוג, בית חשמונאי

מנהלים:	מורות:	מורה מובילה:
סימי בן חמו, עדי קינן, איציק שחר	אורלי נצר, אורלי ישועה, מירב רימון, שרית ביטון, ענבל אלבז, אורטל פרץ	ציפי ליבוביץ'

תיכון ברנקו וייס עין-נקובא, עין-ראפא

מנהלים:	מורות:	מורות מובילות:
אימתית'אל עוודאללה, טליה בן רעי, איהאב אלזיאדנה	אמאני איברהים, דיאנה ג'אבר, נורהאן גבר, נרימאן דג'אני, רפאת אבו קטיש, עביר גבר	אימתית'אל עוודאללה, מרוות איברהים

תיכון משלב דרור, בר-גיורא

מנהלות:	מורות:	מורה מובילה:
שקד וויטפילד-צורף, מרים לוינוביץ	יובל שרון, מעיין פעאל, שמרית צומן, פנינה קלמנוביץ', כנרת בן נון	אשירה בוגנים

תוכן עניינים

6	הקדמה
8	מתמטיקה מקדמת שוויון: תקווה לצדק חינוכי
9	רציונל התוכנית: מתמטיקה מקדמת שוויון
13	שער ראשון: עקרונות פעולה להוראה מקדמת שוויון בתחום המתמטיקה
17	עקרון פעולה 1: תלמידים מתנסים וחוקרים רעיונות מתמטיים לפני הוראה פורמלית
19	עקרון פעולה 2: תלמידים חושבים יחד בקבוצות קטנות
21	עקרון פעולה 3: משימות מתמטיות מעודדות חשיבה, פתרון בעיות והנמקה
23	עקרון פעולה 4: למידה בהקשרים מוכרים ובאמצעות ייצוגים חזותיים
25	עקרון פעולה 5: המורה והתלמידים דנים בדרכי חשיבה שונות
27	שער שני: הצעות לשיעורים ופעילויות לכיתות ז'
31	מרצפים את המישור
41	מפתחים שיטות לחישוב שטחי מצולעים
52	מהו שטח פנים?
63	מייצגים משוואות עם תרשימי סרטים
73	חושבים על משוואות כמתלים
84	משמעות החזקה
93	מרוץ ההצבות
101	שער שלישי: כלים ללמידה מקצועית בהוראת מתמטיקה מקדמת שוויון
105	(א) מודל שנתי ללמידה בצוות
107	(ב) מהלכי הנחיה למפגשים בצוות
111	(ג) כלי לתצפית וליווי אישי
117	(ד) רשימת סוגיות למפגשי למידה ותצפיות
123	שער רביעי: העמקה והרחבה
125	תוכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון" – מסמך מסכם
140	תקציר מנהלים: מתמטיקה מקדמת שוויון
142	מאמר: הקבוצות בחטיבת הביניים - המחיר החברתי של מיון על פי "רמת יכולת"

הקדמה

בשנים תשפ"ג-תשפ"ו חברו שלושה ארגונים לפרויקט של שותפות אקדמיה-שדה: רשת בתי הספר התיכוניים של מכון ברנקו וייס, המרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה באוניברסיטת בן-גוריון בנגב והמחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע. מטרת השותפות הייתה לפתח, להוביל ולהמחיש את ההזדמנויות שיש בהוראת מתמטיקה מקדמת שוויון בחטיבת הביניים. במסגרת השותפות עבדנו באופן צמוד עם ארבעה בתי ספר של רשת ברנקו וייס כדי לפתח יחד מודל בר-קיימא לדחיית החלוקה להקבצות בחטיבת הביניים ולפיתוח פדגוגיה מקדמת שוויון בכיתות. כל אחד מהארגונים בשותפות הביא מומחיות וידע ייחודיים שהתפתחו לאורך השנים, אך גם רצון ללמוד מהארגונים העמיתים ולפתח יחד גישות וכלים פדגוגיים מתוך חזון משותף, שלפיו אין למעשה התנגשות בין ערכים של שוויון, מצוינות ולמידה מעמיקה ומשותפת.

הרקע לשותפות

לתלמידים ולתלמידות יש יכולות לימודיות וצרכים לימודיים מגוונים שקשה לתת עליהם מענה בכיתה הטרוגנית. מיונם של תלמידים ותלמידות לקבוצות על פי יכולת נמדדת (למשל באמצעות מבחן מיון או ציונים קודמים) מאפשר לכאורה התאמה טובה יותר של ההוראה לצורכיהם וכך הלמידה אפקטיבית יותר. אולם גוף מחקרי רחב ומקיף שנצבר במשך עשרות שנים מראה שהיישום של גישה התומכת במיון לקבוצות על פי יכולת הוא מאתגר ובפועל לא משיג בדרך כלל את התוצאות המצופות מגישה זו; ויותר מכך: הגישה נוטה לקבע פערי השכלה בין קבוצות חברתיות¹.

מנקודת מבט חברתית, הבעיה המרכזית במיון על פי "רמה לימודית" היא שקיים קשר עיקש בין רקע חברתי-כלכלי לבין הישגים לימודיים. מחקרים מראים באופן עקבי שתלמידים ותלמידות מרקע חברתי-כלכלי מוחלש מגיעים להישגים נמוכים יותר, בממוצע, לעומת תלמידים ותלמידות מרקע חברתי-כלכלי חזק יותר². לפיכך, כל מיון על פי הישגים או ציונים קודמים הוא גם מיון על פי רקע חברתי-כלכלי ולפיכך הוא עלול לגרום לכך שבקבוצות הלימוד ה"גבוהות" יהיה ייצוג יתר של תלמידים שמגיעים מרקע חברתי-כלכלי חזק יותר ובקבוצות ה"נמוכות" יהיה ייצוג יתר של תלמידים המגיעים מרקע מוחלש. דפוס זה היה יכול אולי להתקבל בהבנה אם לאורך זמן תלמידי קבוצות הלימוד ה"נמוכות" היו סוגרים פערי השכלה. אולם מחקרים מראים שעל פי רוב יעד זה אינו מושג, ולעיתים קרובות הפערים ההתחלתיים מתרחבים לאחר המיון לקבוצות לימוד³.

1 Terrin, É., & Triventi, M. (2023). The effect of school tracking on student achievement and inequality: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 93(2), 236–274; Hattie, J. (2009). *Visible learning*. Routledge; Boaler, J., William, D., & Brown, M. (2000). Students' experiences of ability grouping—Disaffection, polarization and the construction of failure. *British Educational Research Journal*, 26, 631–648; Chmielewski, A. K., Dumont, H., & Trautwein, U. (2013). Tracking effects depend on tracking type: An international comparison of students' mathematics self-concept. *American educational research journal*, 50(5), 925–957.

2 Ansalone, G. (2001). Schooling, tracking, and inequality. *Journal of Children and Poverty*, 7(1), 33–47; Bar-Haim, E., & Feniger, Y. (2021). Tracking in Israeli high schools: Social inequality after 50 years of educational reforms. *Longitudinal and Life Course Studies*, 12(3), 423–440.

3 Hattie, J. (2009). *Visible learning*. Routledge; Singham, M. (2003). The achievement gap: Myths and reality. *Phi delta kappan*, 84(8), 586–591; Hanushek, E. A., & Wößmann, L. (2006). Does educational tracking affect performance and

מתמטיקה היא תחום שבו חלוקה לקבוצות לימוד ('הקבוצות') נפוצה מאוד. במרבית בתי הספר הממלכתיים בישראל מתקיימת חלוקה להקבוצות במתמטיקה החל בכיתה ז' או ח'. מחקר עדכני מִישראל⁴ הראה שההצבה להקבוצות קשורה באופן ברור לרקע החברתי של התלמידים. המחקר הראה שההקבוצות הן מנגנון שמחזק את היתרונות הלימודיים של התלמידים בקבוצות "הגבוהות" לעומת "הנמוכות", כלומר מדובר במנגנון הפועל בניגוד ברור לעיקרון של שוויון הזדמנויות בחינוך. זאת ועוד, להקבוצות יש תפקיד מכריע בשימור אי-השוויון החברתי במערכת החינוך ובשוק העבודה בישראל, לאור העובדה שלהישגים במתמטיקה בחטיבת הביניים יש השפעה מכרעת על הסיכוי להשתלב בהמשך במסלולי השכלה ותעסוקה המובילים להכנסה גבוהה ולמעמד חברתי גבוה⁵. במילים אחרות, להישגים במתמטיקה בגיל צעיר יש השפעה ארוכת טווח, והם עשויים להשפיע על האפשרות ללמוד 4–5 יחידות בתיכון, על מסלולי ההשכלה הגבוהה שייפתחו בפני התלמידים והתלמידות, ובהמשך גם על אפשרויות התעסוקה שלהם.

דחיית המיון להקבוצות במתמטיקה ומעבר להוראה בכיתות הטרוגניות בחטיבת הביניים עשוי אפוא לפעול כנגד הרחבת הפערים החברתיים והלימודיים המתרחשת בגילאי התיכון. אולם מהלך כזה נתקל בדרך כלל בקשיים פדגוגיים הכרוכים בהתמודדות עם הבדלים של ממש בין הלומדים ובחוסר אמון בסיכויי ההצלחה של השינוי מצידם של מורות ומורים, של הורים ושל תלמידות ותלמידים. לפיכך, כדי לאפשר מעבר מוצלח להוראת מתמטיקה בכיתות הטרוגניות, נדרש מחד גיסא שינוי פדגוגי עמוק המאמץ גישות מוכחות מחקרית להוראה המותאמת לכיתה הטרוגנית, ומאידך גיסא שימור של רמה גבוהה של דרישות וציפיות לימודיות מכל התלמידים והתלמידות. לאור ניסיון העבר בארץ ובחו"ל אנו מאמינים ששינוי כזה אפשרי ושהוא יכול להוביל לא רק לצמצום פערים אלא אף לחזק את הוראת המתמטיקה באופן כללי ולתמוך בפיתוח מצינויות בתחום.

נקודת המוצא שלנו הייתה שהמפתח להצלחה של מהלך המכוון למתמטיקה מקדמת שוויון הוא עבודה משותפת עם מורות ומורים על פיתוח פרקטיקות פדגוגיות המותאמות לכיתה ההטרוגנית במתמטיקה, פיתוח מסגרות מותאמות ללמידה מקצועית של צוותי הוראה ותמיכה מנהיגותית ומערכתית במהלך.

על האוגדן

באוגדן שלפניכם מוצעים משאבים מקצועיים המיועדים לרכזות, למורות מובילות ולמורות בכלל בתחום המתמטיקה, שפיתחנו ועיבדנו כחלק מהעבודה המשותפת בפרויקט. משאבים אלה כוללים תיאור של עקרונות לפדגוגיה מקדמת שוויון במתמטיקה; הצעות מפורטות לשיעורים ופעילויות בכיתות ז'; כלים שיכולים לתמוך בלמידה מקצועית של מורות בצוות מתמטיקה; דוח המסכם את התובנות המרכזיות משלוש שנות פעילותה של התוכנית ותוכני העשרה בנושא אי-שוויון במתמטיקה ופדגוגיה מקדמת שוויון. אנו מקווים שצוותי הוראה, הדרכה וניהול ומקבלי החלטות יעשו שימוש מעשי במשאבים אלה, כחלק מתהליך שינוי בבתי הספר.

inequality? Differences-in-differences evidence across countries. *The Economic Journal*, 116(510), C63–C76.

4 פניגר, י' (2023). הקבוצות בחטיבת הביניים: המחיר החברתי של מיון על פי "רמת יכולת". בתוך י' הרפז וא' הורוביץ (עורכים), להציל את חטיבת הביניים: הצעות למסגרת חינוכית תואמת גיל ההתבגרות (383–403). הוצאת כנרת-זמורה-דביר.

5 Feniger, Y., Bar-Haim, E., & Blank, C. (2021). From social origin to selective high school courses: Ability grouping as a mechanism of securing social advantage in Israeli secondary education. *Research in Social Stratification and Mobility*, 76.

מתמטיקה מקדמת שוויון: תקווה לצדק חינוכי

ארנה פרידמן מנהלת רשת בתי-הספר השש-שנתיים של רשת ברנקו וייס, בשנים 2019-2025

ברנקו וייס הוא ארגון חינוכי הפועל להטמעת תפיסת ההוגנות בחינוך. כלומר מטרתו היא שבתי הספר ומערכות החינוך יספקו הזדמנויות למידה שוות לכל התלמידים, כך שתלמידים השונים זה מזה באפיונים כמו רקע כלכלי-חברתי, מגדר, הגירה או רקע משפחתי, ישיגו רמת ביצוע דומה בתחומי מפתח קוגניטיביים (כגון קריאה, מתמטיקה ומדעים) ובתחומי רווחה רגשיים וחברתיים (כגון ביטחון עצמי, שביעות רצון מהחיים והשתלבות חברתית). כך השונות בין הישגי התלמידים לא תהיה קשורה לנתוני הרקע החברתיים או הכלכליים או לכל חסם אחר, שעליהם אין לתלמידים שליטה.

מתוך תפיסה זו הובלנו, צוות מטה וצוותי מתמטיקה של בתי הספר שלנו, בשותפות עם חוקרים מהאקדמיה וצוות המרכז לחקר הפדגוגיה, מהלך רחב לפיתוח ולהטמעה של הוראה מקדמת שוויון בכיתות הטרוגניות.

שותפות אקדמיה-שדה שכזו נשענת על אמונה כי שיתופי פעולה מתמשכים בין אנשי חינוך, חוקרים וארגוני חינוך הם קריטיים להובלת שיפור בעל ערך בשדה החינוך. שותפות זו עסקה בבניית ידע פדגוגי רלוונטי, בעריכת מחקרים המתמקדים בשאלות ובסוגיות המעסיקות את שדה החינוך, ובפיתוח פרקטיקות, כלים ומשאבי עבודה יישומיים.

מטרותיה של השותפות הן:

- פיתוח ובחינה של פדגוגיה להוראה מקדמת שוויון בכיתות הטרוגניות במקצוע המתמטיקה, תוך דחיית החלוקה להקבצות.
 - פיתוח תהליכי למידה מקצועית לרכזות המקצוע ולמורות בנושא הוראת המתמטיקה בכיתה הטרוגנית.
 - בחינת יישום הוראה הטרוגנית בכיתות לימוד במתמטיקה, הבנה מעמיקה יותר של האתגרים שאיתם מתמודד צוות בית הספר במהלך כזה ובחינה של דרכים להתמודד עימם.
 - יצירת בסיס למחקר המשך, אשר יבחן את האפקטיביות של ההוראה הטרוגנית במתמטיקה בהקשרים של הישגים, מוטיבציה, תפיסות עצמיות, אפקטיביות של פרקטיקות ושיתופי פעולה.
- מדובר בשינוי פדגוגי מערכתי רב-ממדי, מדורג ומלווה בתמיכה איתנה, המושתתת על תמורה בעמדותיהם של מורים ומורות לגבי הוראה, למידה והערכת מתמטיקה, ובאמונות שלהם כלפי הצלחת כל התלמידים ופיתוח דרכי הוראה לקידום שוויון.

מודל זה מאפשר לדחות את המיון לרמות לימוד לשנים מאוחרות יותר והוא נותן הזדמנויות למגוון רחב של תלמידים להצלחה ברמות הגבוהות במתמטיקה. הזדמנויות אלו הן חלק מפיתוח תחושת המסוגלות של התלמידים ואמונה ביכולתם לממש את עצמם. המהלך כולו הוא תקווה גדולה לצדק חינוכי במקצוע אחד, שישפיע על הכלל.

רציונל התוכנית: מתמטיקה מקדמת שוויון

לימודי המתמטיקה, בייחוד בשנות התיכון, נתפסים כחשובים ביותר בעיניהם של תלמידים, הורים, צוותי חינוך ומקבלי החלטות. אף על פי שאין ביסוס מובהק לחשיבות הרבה שמייחסים ללימודי המתמטיקה, פעמים רבות הצלחה בהם קובעת דימוי כללי של תלמידים כמצלחים ומוכשרים, ואילו אי-הצלחה בהם – את ההפך. המשקל הרב שיש ללימודי המתמטיקה מייצר תופעות מדאיגות, כגון חרדה ותחרותיות מוגברת, והופך את שיעורי המתמטיקה לחוויה מאיימת עבור תלמידים רבים. אחד ההיבטים הטעונים בהקשר זה הוא החלוקה החדה להקבצות של תלמידים "חזקים" ו"חלשים", כבר בחטיבת הביניים. כאמור, החלוקה משמרת אי-שוויון במערכת החינוך, ואף אחרי שנות הלימודים⁶. לצד ההסללה המבנית-מערכתית, גם דרכי ההוראה הרווחות בלימודי המתמטיקה משמרות פעמים רבות חלוקה בין "חזקים" ל"חלשים", ונוטות להתמקד במיומנויות מתמטיות מסוימות ולהזניח אחרות. בשותפות התמודדו עם שני ההיבטים האלה, המבני והפדגוגי, בניסיון לקדם שוויון לכלל התלמידים. במסגרת השותפות פעלנו לדחות את החלוקה להקבצות ובד בבד לפתח דרכי הוראה מגישה המקדמת שוויון בכיתות מתמטיקה.

חלוקה להקבצות ואי-שוויון

ברוב בתי הספר הממלכתיים בארץ מחלקים את התלמידים להקבצות במתמטיקה מכיתה ז' או ח'. חלוקה של התלמידים והתלמידות לקבוצות נעשית לרוב באמצעות מבחני מיון או ציונים קודמים. ניתן היה לחשוב שחלוקה כזו מאפשרת התאמה טובה יותר של ההוראה לצורכיהם של בעלי הישגים השונים, וכך הלמידה הופכת אפקטיבית יותר. אולם גוף מחקרי רחב מראה שחלוקת התלמידים להקבצות אינה מקדמת באופן מיוחד את "החזקים" או את "החלשים", אלא בעיקר מקבעת ומרחיבה פערים בין קבוצות תלמידים⁷. מבחינה חברתית הבעיה המרכזית במיון להקבצות היא ייצוג יתר של תלמידים מרקע חברתי-כלכלי חזק בהקבצות הגבוהות, ובהתאמה, בקבוצות ה"נמוכות" – ייצוג יתר של אלו המגיעים מרקע מוחלש⁸. אפשר היה לצפות כי לאורך זמן מיון לקבוצות לימוד יתרום לצמצום פערים לימודיים בין תלמידים. אולם מחקרים מראים כי בפועל, במקרים רבים, הפערים ההתחלתיים דווקא נשמרים ואף מתרחבים.

דרכי הוראה רווחות במתמטיקה ואי-שוויון

דרכי ההוראה המקובלות בשיעורי המתמטיקה נוטות אף הן לשמר פערים לימודיים ואי-שוויון, בעיקר בשל ההתמקדות במהירות הביצוע, בדיוק (הגעה ל"תשובה הנכונה") וביכולת חשיבה מופשטת-סימבולית, ובשל הערכת רמת התלמידים לפי כל אלו. המיקוד בהיבטים אלו מאפשר לקומץ התלמידים ש"טובים" בהם לפתח זהות מתמטית חיובית, כלומר להרגיש ביטחון בכך שהם מסוגלים "לחשוב מתמטית"⁹, אך עבור תלמידים רבים אחרים, התמקדות זו

6 פניגר, י' (2023). הקבצות בחטיבת הביניים: המחיר החברתי של מיון על פי "רמת יכולת". בתוך י' הרפז וא' הורוביץ (עורכים), להציל את חטיבת הביניים: הצעות למסגרת חינוכית תואמת גיל ההתבגרות (383–403). הוצאת כנרת-זמורה-דביר.

7 Terrin, É., & Triventi, M. (2023). The effect of school tracking on student achievement and inequality: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 93(2), 236–274; Hattie J. (2009). *Visible learning*. Routledge.

8 פניגר, י' (2023). הקבצות בחטיבת הביניים: המחיר החברתי של מיון על פי "רמת יכולת". בתוך י' הרפז וא' הורוביץ (עורכים), להציל את חטיבת הביניים: הצעות למסגרת חינוכית תואמת גיל ההתבגרות (383–403). הוצאת כנרת-זמורה-דביר.

עלולה להוביל לתחושה שהם "גרועים במתמטיקה".

דוגמה קצרה מהכיתה ממחישה כיצד פדגוגיה מסוג זה יכולה לקבע פערים ואי-שוויון. בשיעור שבמרכזו הקניה של פרוצדורה מתמטית ותרגולה, לרוב אותה קבוצה קטנה של תלמידים, בעלי ידע קודם, תחוה הצלחה. תלמידים אלו מזהים במהירות את דרך הפתרון הנדרשת ומצליחים לסיים במהירות וללא טעויות את התרגול. לעומתם, תלמידים אחרים, ובעיקר תלמידים בעלי פערים בידע קודם, עלולים לחוות "כישלון", כיוון שלא עמדו במדדי ההצלחה המקובלים בלימודי המתמטיקה: הם פתרו לאט את התרגיל, לא "זכרו" פרוצדורה מתמטית, לא הצליחו תמיד להגיע לתשובה הנכונה. כאשר חוויות כאלה חוזרות לאורך זמן, הן עלולות ליצור תחושת ניכור כלפי המקצוע ולתרום להתפתחות זהות מתמטית שלילית.

היבט נוסף בהוראת המתמטיקה הרווחת קשור בהשתתפות בשיח מתמטי המתקיים בעיקר במליאה. בשיח במליאה משתתפת לרוב קבוצה קטנה של תלמידים "חזקים", ואילו תלמידים מרקע מוחלש או כאלה שתופסים את עצמם כבעלי יכולת נמוכה – נוטים להימנע מהשתתפות. כמו כן, משימות חשיבה מאתגרות וייחודיות ניתנות בדרך כלל כ"בונוס" לתלמידים ה"מהירים" (שהספיקו לסיים את התרגול), וכך משתמרים ומתרחבים פערים בכיתה.

הפתרון המוצע: דחיית החלוקה להקבצות ויישום פדגוגיה מקדמת שוויון

דחיית המיון להקבצות לשלבי הסיום של חטיבת הביניים ושמירה על כיתות הטרוגניות יותר עשויות לצמצם את הפערים בין תלמידים בעלי הישגים גבוהים במתמטיקה לבין בעלי הישגים נמוכים⁹. הסיבה לכך קשורה במיוחד לעובדה שבכיתות הטרוגניות הזדמנויות הלמידה עשירות יותר – למשל, השיעורים כוללים משימות מאתגרות, שמם דגש על פתרון בעיות, על שיח ועל הנמקה של התלמידים – דבר המאפשר לתלמידים להתקדם ולהשתפר לאורך זמן¹¹. לעומת זאת בהקבצות "נמוכות" לרוב ההוראה כוללת פחות משימות חשיבה מאתגרות ופחות הזדמנויות לשיח מתמטי משמעותי, ותלמידים בדרך כלל אינם מפתחים זהות מתמטית חיובית בכיתות אלו. יש הטוענים כי כיתות הטרוגניות מקדמות רק תלמידים בעלי הישגים נמוכים ואילו התלמידים בעלי הישגים הגבוהים משלמים מחיר, אולם מחקרים מראים כי בכיתה הטרוגנית אכן ניתן לקדם את הישגיהם של כלל תלמידי הכיתה. תמונה זו העולה מן המחקר מלמדת שלמרות עמדה רווחת בקרב צוותי חינוך, הורים ואף תלמידים – כי חלוקה להקבצות תומכת הן בלמידה של התלמידים "החלשים" והן של "החזקים" – למעשה כולם יכולים לצאת נשכרים מלמידה בכיתות הטרוגניות, ודאי בשנות חטיבת הביניים, שבהן המוביליות של תלמידים כה חשובה.

איך נראית פדגוגיה לקידום שוויון הזדמנויות במתמטיקה? לפדגוגיה ששמה דגש על קידום שוויון יש חמישה עקרונות פעולה מרכזיים: (א) עבודה משמעותית בקבוצות קטנות; (ב) מתן הזדמנויות לחקר מתמטי עצמאי לפני הקניה של המורה; (ג) חיבור המתמטיקה להקשר של חיי היום-יום ושימוש באמצעים חזותיים; (ד) משימות מתמטיות המעודדות חשיבה, התמדה בפתרון והנמקה; (ה) שיח מתמטי המעודד ביטוי של דרכי חשיבה שונות.

אורח שנכנס לשיעור מתמטיקה שבו מיושמת הוראה כזו, יראה במקרים רבים תלמידים העובדים בקבוצות קטנות על משימת חשיבה. המשימה מאפשרת לתלמידים לגשת לפתרון הבעיה בדרכים שונות, והמורה מעודדת אותם לשוחח ביניהם על דרכי הפתרון שהוצעו. חברי הקבוצה דנים ביניהם בחופשיות, מציעים רעיונות, מסבירים את עצמם, מקשיבים זה לזה ושואלים שאלות רלוונטיות. בשלב הדיון הכיתתי, המורה מזמינה תלמידים או קבוצות להציג את דרכי הפתרון שלהם בפני הכיתה. הדיון בשלב זה אינו מתמקד רק בתשובה הנכונה, אלא גם בדרכי החשיבה ובקשרים בין הפתרונות השונים.

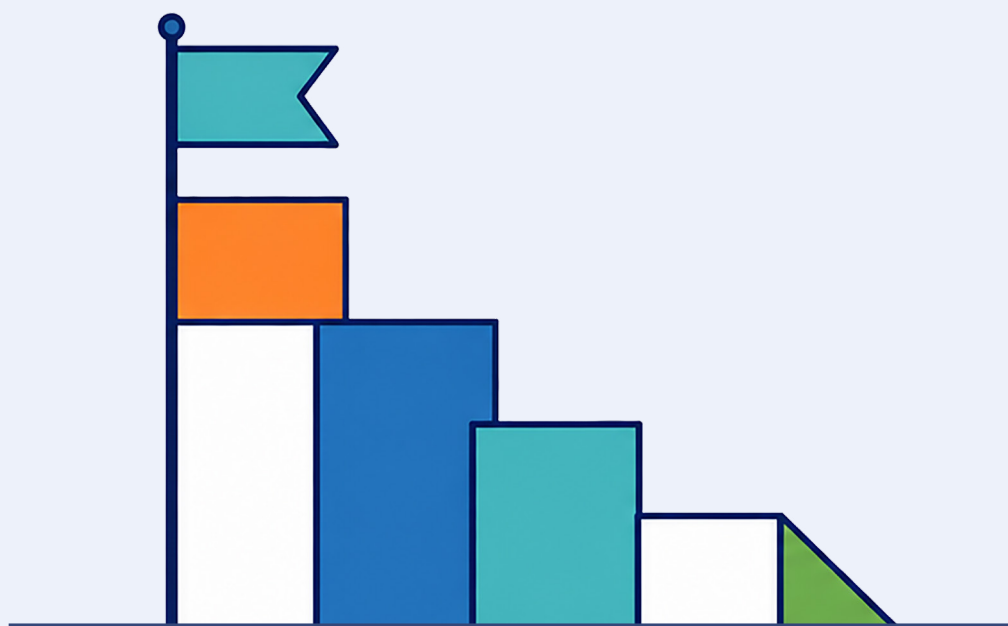
9 Louie, N. L. (2017). The culture of exclusion in mathematics education and its persistence in equity-oriented teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(5), 488–519; Horn, I. S., & Garner, B. (2022). *Teacher learning of ambitious and equitable mathematics instruction: A sociocultural approach*. Routledge

10 Rubin B.C., (2006). Tracking and detracking: Debates, evidence, and best practices for a heterogeneous world. *Theory Into Practice*, 45,1, 4–14

11 Francis, B., Taylor, B., & Tereshchenko, A. (2019). *Reassessing 'ability' grouping: Improving practice for equity and attainment*. Routledge.

לא תמיד פשוט ליישם פדגוגיה שכזו בבתי ספר. לעיתים מדובר בשינוי נרחב ביחס לתהליכי ההוראה והלמידה הרווחים והמקובלים. שינוי שכזה דורש משאבים רבים והירתמות של צוות המורות. ועם זאת, מניסיוננו, גם שינויים הדרגתיים בדרכי ההוראה, ברוח עקרונות הפעולה האלה, יכולים לקדם את הוראת המתמטיקה בכלל ולצמצם אי-שוויון בין תלמידים.

שער ראשון
עקרונות פעולה
להוראה מקדמת שוויון
בתחום המתמטיקה



שער ראשון: עקרונות פעולה להוראה מקדמת שוויון בתחום המתמטיקה

הוראה מקדמת שוויון מתמקדת בראש ובראשונה במאמץ לשתף את כל תלמידי הכיתה בשיח המתמטי. השתתפות בשיח מתמטי היא קריטית מפני שאנו מבינים מושגים ורעיונות טוב יותר כשאנחנו מדברים עליהם, מסבירים אותם לאחרים ודנים בהם. השוויון שאליו אנחנו שואפים מתבטא בהזדמנויות שניתנות לכל התלמידים – ללא קשר לידע קודם שלהם – להשתתף בשיח, להתקדם ולהגיע להישגים. הזדמנויות להשתתף בשיח המתמטי מובילות הן לתחושת ביטחון וחווית הצלחה והן לתחושת שייכות חברתית. שיח מתמטי יכול להתקיים בכיתה בהקשרים שונים: בקבוצות קטנות, במליאה וגם בשיח כתוב. חשוב להדגיש כי רבים מעקרונות הפעולה הללו אינם חדשים למורות ולמורים. במקרים רבים מדובר בהרחבה, העמקה ושילוב שיטתי יותר של פרקטיקות מוכרות.

בעמודים הקרובים נתאר את כל אחד מחמשת עקרונות הפעולה העומדים בבסיס הוראה מקדמת שוויון ונסביר כיצד הם תומכים בשוויון. נדגים כיצד עקרונות הפעולה באים לידי ביטוי בשימוש בפעילויות המוצעות באוגדן זה (לעיון בפעילויות ראו שער שני: הצעות לשיעורים ופעילויות לכיתה ז', עמ' 29) ונבחן את האתגרים ביישום העקרונות האלה בכיתות הלימוד.

עקרונות הפעולה של הוראה מקדמת שוויון הם:

עקרון פעולה 1: תלמידים מתנסים וחוקרים רעיונות מתמטיים לפני הוראה פורמלית (הקניה)	עקרון פעולה 2: תלמידים חושבים יחד בקבוצות קטנות	עקרון פעולה 3: משימות מתמטיות מעודדות חשיבה, פתרון בעיות והנמקה	עקרון פעולה 4: למידה בהקשרים מוכרים ובאמצעות ייצוגים חזותיים	עקרון פעולה 5: המורה והתלמידים דנים בדרכי חשיבה שונות
התלמידים מתמודדים עם בעיה מתמטית ומפתחים באופן עצמאי אסטרטגיות פתרון, לפני שהמורה הניחה אותן באופן ישיר.	התלמידים עובדים יחד בזוגות או בקבוצות קטנות, מביעים את רעיונותיהם המתמטיים, חושפים את תהליכי חשיבתם, מתמודדים עם רעיונות מגוונים, ובונים יחד קווי חשיבה מעמיקים.	בשונה מתרגול מתמטי הממוקד בפרוצדורה בלבד, המשימות מתוכננות כך שאין להן דרך פתרון אחת ברורה מראש, אלא הן מאפשרות לתלמידים לפתח ולחקור מגוון אסטרטגיות. תפקידה של המורה הוא לתמוך בתהליכים האלה ולעודד את התלמידים להסביר בבהירות את רעיונותיהם.	הלמידה כוללת שימוש בייצוגים חזותיים (כמו תרשימים ואיורים) מהקשרים יום-יומיים ובמשימות המעוגנות במצבים אותנטיים מחיי היום-יום (כמו בישול או משחק).	התלמידים והמורה מקיימים דיון מתמטי מעמיק בכיתה: מוצגים בו דרכי חשיבה מגוונות, הסברים והנמקות. המורה מסיטה את ההתמקדות בתשובה הנכונה בלבד לדיון בדרכי הפתרון השונות ולקשרים ביניהן.
יתרונות				
התנסות מסייעת לבנות הבנה אינטואיטיבית, וארגון הידע החדש ברשת הידע הקיים.	בקבוצה קטנה יש לכל תלמיד הזדמנות להשתתף בשיח המתמטי באופן פעיל. הקבוצה היא מרחב שיכול לייצר תחושה בטוחה המעודדת השתתפות. כל תלמיד יכול להיות מעורב במשימה בדרך שונה התואמת את החוזקות שלו.	המשימות מאפשרות לתלמידים עם חוזקות שונות להתמודד ולהצליח בדרכים מגוונות. תלמידים המתקשים בתרגול פרוצדורלי יכולים לבטא יכולות אנליטיות ולהציע תובנות ייחודיות או לעזור בהנגשת ההסבר המתמטי. תלמידים השולטים בפרוצדורות מעמיקים את יכולות ההנמקה וההסבר.	החיבור לחיי היום-יום ולאמצעים חזותיים רלוונטיים מסיר את מחסום השפה המתמטית ואת הצורך בידע קודם, ומאפשר לכל התלמידים להתחבר למשימה ולהשתתף בתהליך החשיבה.	כאשר ההגדרה של הצלחה כוללת גם את היכולת לפתח דרך פתרון והסבר – גם אם הם חלקיים – יותר תלמידים יכולים לחוות הצלחה ולבסס ביטחון ביכולותיהם המתמטיות.

1 NCTM (2014). Principles to Actions: *Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA: NCTM; NCTM (2025). Teaching Mathematics Through Problem Solving K–8, Expanded Edition. Reston, VA: NCTM; Liljedahl, P. (2021). *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning*. Corwin; Zager, T.J. (2017). *Becoming the Math Teacher You Wish You'd Had: Ideas and Strategies from Vibrant Classrooms*. Stenhouse Publishers (now Routledge); Smith, M.S., & Sherin, M.G. (2019). *The Five Practices in Practice [Middle School]: Successfully Orchestrating Mathematics Discussions in Your Middle School Classroom*. Corwin.

עקרון פעולה 1: תלמידים מתנסים וחוקרים רעיונות מתמטיים לפני הוראה פורמלית (לפני הקניה)

שלא כמו סדר ההוראה המקובל, בגישה זו ההתנסות קודמת להמשגה. התלמידים מתנסים ברעיונות מתמטיים באופן פעיל, מנסחים אותם במילים שלהם ומפתחים בעצמם אסטרטגיות פתרון לפני שהם נחשפים למושגים ולשפה המתמטית הפורמלית ולהנחיה ישירה מהמורה. עיקרון זה מבוסס על ההנחה כי כל התלמידים יכולים לפתח הבנה של הרעיונות המתמטיים כאשר ניתנת להם הזדמנות לחקור אותם באופן פעיל. יישום העיקרון מסייע לחזק את ההבנה, מארגן את הידע החדש ברשת הידע הקיים, ומפתח ביטחון עצמי בהתמודדות עם תכנים מתמטיים חדשים. שימוש בשפה יום-יומית ובהקשרים מוכרים מסיר חסמים שהשפה המתמטית הפורמלית עלולה ליצור, ומזמן לכל התלמידים אפשרות שווה לפתח חשיבה מתמטית ולחוות הצלחה לפני שהם לומדים מושגים מתמטיים פורמליים.

**דוגמה מאפיין: "כיסוי הארונות"
בשיעור "מהו שטח פנים?"² (עמ' 52)**



בפעילות "כיסוי הארונות" שבשיעור "מהו שטח פנים" (ראו עמ' 52), המורה מציגה לתלמידי כיתה ז' סרטון³ שבו אדם מכסה ארונות קטנה בפתקיות דביקות. היא מבקשת מהתלמידים לאמוד כמה פתקיות נדרשו לו כדי לכסות את הארונות מכל צדדיה. התלמידים עובדים בקבוצות קטנות ומנסים לחשב באופן מדויק את מספר הפתקיות הנדרשות. הם יכולים לחשב בדרכים שונות: חלקם מדמיינים את הנחת הפתקיות על כל צידי הארונות וסופרים, אחרים מודדים את הממדים של כל צד ומחשבים, ויש כאלה שמזהים מייד שיש צדדים בגודל זהה. המורה מסתובבת בין הקבוצות ומנחה אותן באמצעות שאלות. כשהיא מנחה, היא נמנעת משימוש במונחים פורמליים, כדי לאפשר לתלמידים לבנות תחילה את ההבנה מתוך ההתנסות.

בדיון הכיתתי שמתקיים לאחר העבודה בקבוצות, התלמידים משתפים את אסטרטגיות הפתרון שלהם, משווים בין הגישות ומגלים את היתרונות של כל דרך פתרון. רק בסיום הדיון, כאשר התלמידים כבר פיתחו הבנה עמוקה יותר של הרעיונות המתמטיים המרכזיים, המורה מקשרת את הידע שגובש למושגים מתמטיים פורמליים: "תיבה", "פאה", "חפיפה" ו"שטח פנים", ומציגה את הנוסחה המתמטית המתאימה.

2 עיבוד מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 12
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/12/index.html>

3 לצפייה בסרטון: <https://player.vimeo.com/video/304136534>

כיצד פעילות זו מדגימה את עקרון הפעולה?

בפעילות זו התלמידים מתמודדים באמצעות סיטואציה יום-יומית עם שאלה מתמטית מורכבת – חישוב שטח הפנים של תיבה. במקום להשתמש במושגים פורמליים, התלמידים מדברים על "ארונית", "צדדים" ו"פתקיות". רק בהמשך, בעזרת המורה, הם מקשרים את ההתנסות למושגים מתמטיים כמו "תיבה", "פאה", "שטח פנים" או "סמ"ר". בשיח מסוג זה ה"ארונית" עוברת הפשטה לתיבה, ה"צדדים" מקבלים את ההגדרה פאות, והדיון בשטח הפנים עובר מיחידות קונקרטיות של מספר פתקיות ליחידות מופשטות של יחידות שטח ריבועיות (סמ"ר, מ"ר וכד'). בכך הפעילות מאפשרת לתלמידים לעבור בהדרגה מהבנה אינטואיטיבית וקונקרטית להבנה פורמלית מופשטת.

המושגים והנוסחאות המתמטיים מוצגים רק לאחר שהתלמידים כבר פיתחו הבנה עמוקה לגבי שטח הפנים של תיבה. באופן זה המושגים הפורמליים מסייעים לארגן ולדייק ידע שהתלמידים כבר בנו בעצמם, במקום להיות חומר לימוד חדש ומנותק. חשוב לומר כי בדוגמה זו, לצד עקרון ההתנסות בחקירה מתמטית לפני הוראה, באים לידי ביטוי עקרונות פעולה נוספים: שימוש בהקשרים מוכרים מחיי היום-יום בעיצוב המשימה; המשימה היא מורכבת ומזמנת מגוון אסטרטגיות פתרון; עבודה בקבוצות בתמיכת המורה; וגם דיון מתמטי המבוסס על אסטרטגיות ולא על חישוב פרוצדורלי.

אתגרים ושאלות מתוך התנסות של מורות



- **כיצד אפשר להספיק את כל חומר הלימודים כשמקדישים זמן רב לחקירה עצמאית לפני הוראה פורמלית?**
זהו אתגר לא מבוטל, אך חשוב לזכור שתהליך למידה משמעותי מטפח יכולות מתמטיות לאורך זמן. השקעת זמן בחקירה מקדימה חוסכת זמן בהמשך, כיוון שמתוך ההתנסות התלמידים מבינים באופן עמוק יותר את המושגים ופחות נדרשים לחזרות.
- **איך אוכל להבטיח שכל התלמידים יגיעו להבנה הנכונה? מה אם חלק מהם יפתחו תפיסות שגויות במהלך העבודה העצמאית?**
לאחר העבודה העצמאית, בזוגות או בקבוצות, למורה יש תפקיד מרכזי באיסוף הרעיונות וסיכומם במסגרת דיון כיתתי. בדיון זה המורה נדרשת להתמודד עם משימה מורכבת – גיבוש הרעיון הפורמלי (במקרה של "כיסוי הארונית" – חישוב שטח פנים של תיבה) תוך כדי שהיא משתפת את התלמידים ונשענת גם על השפה והרעיונות שהם פיתחו במהלך העבודה העצמאית. בהנחיית המורה התלמידים מציגים את רעיונותיהם ואת דרכי הפעולה שלהם, משווים ביניהם ובוחנים את היתרונות והמגבלות של כל דרך פעולה. הדיון מתמקד בהבנת הקשרים בין דרכי הפתרון ובמהלכו מתבססת הבנה משותפת של הרעיונות המתמטיים. טעויות וחשיבה חלקית הן חלק טבעי וחשוב מתהליך הלמידה, וכאשר הן נדונות בסביבה תומכת הן משמשות הזדמנויות ללמידה.
- **מה עושים עם תלמידים שמתוסכלים מכך שאין הנחיות ברורות ומעדיפים לקבל ישירות את הנוסחה ואת הכללים?**
חשוב להכיר בכך שיצירת תרבות למידה הנשענת על חשיבה עצמאית של תלמידים ופתרון בעיות היא תהליך לא פשוט הן עבור המורות והן עבור התלמידים. חשוב ליצור אווירה תומכת למידה ולהדגיש שהמטרה היא להבין את הנלמד באופן מעמיק. אפשר להציע עזרה ולהראות לתלמידים כיצד ההתנסות העצמאית מבנה הרגלים חדשים ומובילה להבנה טובה יותר מאשר שינון נוסחאות, בעיקר לאורך זמן.

עקרון פעולה 2: תלמידים חושבים יחד בקבוצות קטנות

העבודה השיתופית בזוגות או בקבוצות קטנות והטרוגניות (ולא לפי רמות) היא מרכיב מהותי בהוראת מתמטיקה מקדמת שוויון. במסגרת זו נוצרת הזדמנות לכל אחד ואחד מן התלמידים לשתף בתהליכי החשיבה שלו, להיחשף לרעיונות מגוונים ולבנות יחד קווי חשיבה. עבודה בזוגות או בקבוצות מספקת לכל תלמיד הזדמנות להשתתף בשיח המתמטי באופן פעיל, והמרחב של הקבוצה הקטנה מפחית את תחושת ה"סיכון החברתי" בהבעת רעיון שגוי. שנית, למידה בקבוצות או בזוגות הטרוגניים חושפת את כל אחד מהתלמידים לרעיונות מתמטיים מגוונים. הניסיון להבין את דרכי החשיבה השונות של השותפים ללמידה ולבחון אותן באופן ביקורתי, יכול להעמיק את ההבנה המתמטית ולשפר את יכולתם "לדבר" מתמטיקה. זאת ועוד, עבודה בקבוצות קטנות מאפשרת לתלמידים להיות מעורבים ולמלא תפקידים שונים במסגרת השיח: להציע רעיון מקורי בלי לנמק אותו מתמטית, לנמק רעיון של משהו אחר, להסביר רעיונות שאחרים הגו אך לא הצליחו להסביר, לבקר רעיונות של אחרים, לסדר ולארגן את הנתונים, לכתוב סיכום של הדברים, למצוא דרכים להצגת הדברים ועוד.

הלמידה השיתופית מאתגרת את התפיסה המסורתית של מתמטיקה כמקצוע אינדיבידואליסטי ותחרותי. במקום מודל המדגיש מהירות ודיוק, נוצרת סביבת למידה שבה התקדמות מתמטית היא תוצר של חשיבה משותפת, הקשבה הדדית והתמודדות עם רעיונות מגוונים. אלה כישורים הרלוונטיים לכל התלמידים, ללא קשר לרקע הקודם שלהם במתמטיקה.

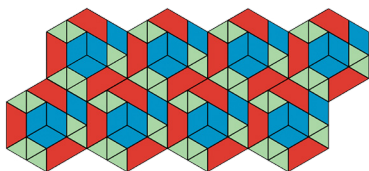
דוגמה מאפיינת: עבודה בזוגות ב"מרצפים את המישור" ⁴ (עמ' 31)



בפעילות "מרצפים את המישור", הפעילות המרכזית "מה יש יותר: אדום, כחול או ירוק?" – נעשית בזוגות או בקבוצות קטנות. התלמידים מתבוננים בצורה גדולה המרוצפת בדפוס חוזר של משולשים ירוקים, מעוינים כחולים וטרפזים אדומים. המשימה שלהם היא לקבוע איזה צבע תופס הכי הרבה שטח בצורה המרוצפת. זוהי משימה מורכבת הדורשת לא רק מנייה של צורות, אלא גם הבנה של יחסי השטחים בין צורות שונות והשוואה ביניהן. התלמידים יכולים לגלות את היחסים בין הצורות או ליצור דרכי פתרון אחרות.

מהלך העבודה בזוגות או בקבוצות

צורה מרוצפת – מה יש יותר: אדום, כחול או ירוק?



שלב 1: חשיבה עצמאית – כל תלמיד מקבל זמן לחשיבה שקטה כדי להבין את המשימה ולהתחיל לפתח אסטרטגיה אישית לפתרון. שלב זה חשוב כדי שהתלמידים יגבשו מגוון של דעות ודרכים לפתרון.

שלב 2: דיון בזוג או בקבוצה ובחינת אסטרטגיות – חברי הזוגות או הקבוצות משתפים את הרעיונות שלהם ובוחנים יחד דרכים שונות להתמודד עם המשימה: האם לספור צורות? האם להשוות שטחים? איך לטפל בצורות בגדלים שונים?

שלב 3: פתרון משותף – חברי הזוגות או הקבוצות עובדים יחד על מציאת הפתרון, ותוך כדי דנים ובודקים את הרעיונות השונים ומבססים את התשובה המשותפת.

4 עיבוד לפעילות מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 1
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/1/index.html>

כיצד פעילות זו מדגימה את עקרון הפעולה?

המשימה מורכבת ועלולה לעורר חשש או חוסר ביטחון אצל חלק מהתלמידים. אולם בעבודה המשותפת נוצר מרחב תומך ללמידה, שכן תלמידים רבים מרגישים בטוחים יותר להתנסות, להציג רעיונות ולקחת סיכונים. המשימה אף דורשת מיומנויות שונות: ספירה, הבנה ויזואלית, חשיבה לוגית וארגון. כך מתאפשר לתלמידים שונים לתרום בדרכים מגוונות – למשל מי שטוב בספירה יכול לעזור במנייה, ומי שטוב בהבנה ויזואלית יכול לעזור בהשוואת שטחים.

אתגרים ושאלות מתוך התנסות של מורות



- **איך אני מבטיחה שכל התלמידים באמת משתתפים ולא רק אחד עושה את כל העבודה?**
עבודה ולמידה בקבוצות דורשות מיומנות הנחיה ואף עבודה כיתתית במליאה. במהלך השנה חשוב להקדיש לכך זמן, לחשוב יחד בצוות המורות ולפתח דרכים להתמודדות עם צורת עבודה זו. בדוגמה שניתנה נבנתה העבודה הקבוצתית בשלבים המאפשרים השתתפות בדרכים שונות (ולא רק בקבוצה) – תחילה חשיבה עצמאית, אחר כך שיתוף בזוג או בקבוצה, ולבסוף יצירת תוצר משותף. דרך זו היא אפשרות אחת להתמודדות עם פערים אלה, אך יש אפשרויות נוספות כמו חלוקת תפקידים, דרישה להסבר מכלל חברי הקבוצה ועוד.
- **איך אני מנהלת כיתה שבה 6-7 קבוצות עובדות במקביל? איך אני יודעת מה קורה בכל קבוצה?**
זו אכן משימה לא פשוטה, ולכן תכנון מוקדם חשוב מאוד. בזמן העבודה בקבוצות המורה יכולה לזהות רעיונות רלוונטיים לדיון הכיתתי וכבר לחשוב כיצד תבנה את הדיון הכיתתי. תוך כדי העבודה, חשוב להסתובב בכיתה, להקשיב לדיונים ולהתערב כשצריך באמצעות שאלות מנחות והבהרות. כדי להתמודד עם מגוון קשיים בלמידה בקבוצות או פערים בין הקבוצות, אפשר גם לעצור ולדון במליאה בהיבטים מסוימים במשימה הקבוצתית.
- **איך מחלקים את התלמידים? ובכלל, מה עדיף זוגות או קבוצות קבועים או בכל פעם חלוקה שונה?**
זוהי שאלה מרכזית בהוראה שיתופית, ואנו ממליצים להתמודד איתה כצוות במהלך השנה. קיימות דרכי חלוקה רבות ויתרונות רבים לכל דרך: חלוקה רנדומלית (בעזרת חפץ או מספר); חלוקה בצורה מחושבת המביאה בחשבון היבטים חברתיים, לימודיים, חזקות ותחומי עניין (יש לשים לב שאנחנו לא מייצרים מעין "הקבוצות" בתוך הלמידה הכיתתית); חלוקה על פי בחירת התלמידים ועוד. רצוי וכדאי לפתח שיח בצוות המורות הבוחן את היתרונות והחסרונות של כל דרך, תוך התחשבות במטרת העבודה המשותפת.
גם ביחס לשאלה אם כדאי לייצר עבודה בקבוצות או בזוגות קבועים או לשנות אותם באופן שיטתי – רווחות תפיסות שונות. קבוצות קבועות מאפשרות לתלמידים לפתח יחסי עבודה איכותיים, ללמוד להכיר את חוזקות זה של זה ולבנות אמון. זה מתאים במיוחד בתחילת השנה או כשעובדים על פרויקט ארוך. לעומת זאת, חלוקה לקבוצות משתנות משיעור לשיעור חושפת תלמידים לסגנונות חשיבה מגוונים יותר, מונעת יצירת היררכיות קבועות ומאפשרת לכל תלמיד להכיר תלמידים נוספים.

עקרון פעולה 3: משימות מתמטיות מעודדות חשיבה, פתרון בעיות והנמקה

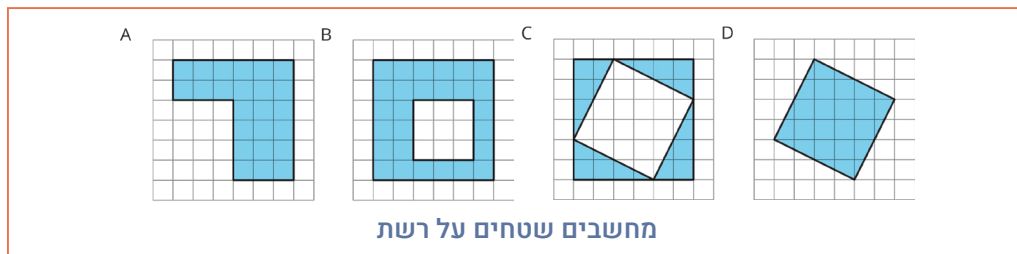
עקרון פעולה זה מדגיש את תפקידן של משימות מתמטיות המזמנות חשיבה, פתרון בעיות והנמקה, ולא רק תרגול של שיטות פתרון מוכרות. רוב המשימות מתוכננות כך שיש יותר מדרך אחת לגשת אליהן, והן מזמינות את התלמידים לפתח ולחקור מגוון אסטרטגיות. התלמידים מתבקשים לא רק לפתור את הבעיה, אלא גם להסביר את דרך החשיבה שלהם באופן ברור. הגישה מקדמת שוויון בכיתה בכך שהיא מרחיבה את הדרכים שבהן תלמידים יכולים להפגין הצלחה והבנה מתמטית. היא מאפשרת להעריך תלמידים על יכולת החשיבה, התקשורת והנימוק שלהם, ולא רק על הדיוק והמהירות שבהם הם מגיעים לתשובה הנכונה. כך גם תלמידים המתקשים ביישום מהיר של פרוצדורות מתמטיות יכולים לבטא יכולות אנליטיות, להציע תובנות ייחודיות ולחוות הצלחה. בד בבד תלמידים השולטים בפרוצדורות מתמטיות יכולים להעמיק את הבנתם באמצעות ניתוח, הסבר והצדקה של רעיונות מתמטיים. בכיתות שבהן משימות כאלה שגורות, נוצרת תרבות שבה יש ערך לדרך ולתהליך החשיבה, ולא רק לתשובה הסופית.

דוגמה מאפיינת:



פעילות "מפתחים שיטות לחישוב שטחי מצולעים"⁵ (עמ' 41)

בפעילות "מפתחים שיטות לחישוב שטחי מצולעים", התלמידים מפתחים אסטרטגיות שונות לחישוב שטחים של צורות גיאומטריות מורכבות.



בכל אחד משלבי הפעילות התלמידים נדרשים להסביר את דרך החשיבה שלהם ולהציג את האסטרטגיה שבה השתמשו לחישוב שטחי המצולעים. התלמידים מתבקשים לשחק את האסטרטגיות שלהם עם עמיתיהם, להשוות בין שיטות שונות ולזהות את היתרונות והחסרונות של כל שיטה. בסיום הפעילות מתקיים דיון כיתתי ובו התלמידים והמורה מתייחסים לאסטרטגיות השונות ולקשרים בין האסטרטגיות לעקרונות מתמטיים רחבים יותר של חישוב שטחים – כמו פירוק, הרכבה, ארגון מחדש, לצד העמקת ההבנה של המושג שטח.

5 עיבוד לפעילות מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 3
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/3/index.html>

כיצד פעילות זו מדגימה את העיקרון?

במשימה זו התלמידים מחשבים שטחים של צורות מורכבות ולא רגילות. במקום לספק להם נוסחאות מוכנות לחישוב שטחן של הצורות, הם מתבקשים לפתח בעצמם שיטות לחישוב השטחים. מצופה מהתלמידים להשתמש באסטרטגיות כמו פירוק והרכבה מחדש של צורות, השלמה לצורה גדולה יותר וחסור השטח העודף, או שימוש בתכונות גיאומטריות להסקת מסקנות. עם זאת בחלק מהפעילות אפשר להסתדר עם אסטרטגיות פחות מתוחכמות, כמו מנייה של משבצות. כך המשימה מעודדת חשיבה אנליטית, יצירתיות ויכולת הכללה, והיא גם נגישה לכולם. המשימה מעניקה משקל רב להסברים ולהנמקה של הפעולות שאותן נוקטים התלמידים, הן בתוך קבוצות העבודה והן כאשר התלמידים מציגים את האסטרטגיות בדיון הכיתתי.

אתגרים ושאלות מתוך התנסות של מורות



- פעמים רבות קשה לתלמידים לנמק ולהסביר רעיונות מתמטיים ולדון בהם, ואז משימה מסוג זה עלולה להיות מורכבת מדי עבורם. איך ניתן להתמודד עם זה?

יכולות ההסבר וההנמקה מתפתחות בהדרגה. חשוב להתחיל ממשימות פשוטות ולאפשר לתלמידים לתרגל את הנימוקים עצמאית או בזוגות ורק אחר כך במליאה – במיוחד כדי לתת זמן להתנסות ולעיבוד של רעיונות. בשלב ראשון אפשר גם לתת לתלמידים עוגנים, מעין מבנה לתשובות, לדוגמה: "ראשית חשבתי...", אחר כך עשיתי...", לכן התשובה היא...". המשימות מאפשרות נקודות כניסה ברמות שונות. כך תלמיד יכול להצליח בשיטה פשוטה או ישירה להתמודד עם המשימה ולהרגיש הצלחה, בעוד אחר יכול לפתח אסטרטגיות מתוחכמות יותר. העבודה בזוגות או בקבוצות מאפשרת גם לתמוך זה בזה וללמוד זה מזה. אם נקדיש זמן ונפנה את תשומת הלב לא רק לדיוק בפתרון המתמטי, אלא גם לאופן שבו תלמידים מצליחים להביע את הרעיונות שלהם, היכולת להסביר בצורה ברורה תשתפר עם הזמן.

- ברוב השיעורים אנחנו פותרים הרבה בעיות. משימה מסוג כזה יכולה "לתפוס" שיעור שלם, ואז אני לא מספיקה את החומר למבחן.

משימה אחת עשירה יכולה לכסות כמה מושגים ומיומנויות בו זמנית. חשוב לבחור משימות המשרתות מטרות לימוד מרכזיות, ולזכור שאיכות החשיבה חשובה לא פחות מכמות התרגילים. כמו כן, השקעת זמן בחקירה מקדימה יכולה לחסוך זמן בהמשך, מכיוון שהתלמידים מעורבים בלמידה ומגיעים להבנה עמוקה יותר של המושגים, ונדרשים פחות לחזרה ולחיזוק ההבנה בהמשך. חשוב להוסיף שבתהליך הזה תפקיד המורה הוא קריטי. בזמן העבודה בקבוצות המורה יכולה לזהות רעיונות שעולים ולתכנן כיצד לשלבם בהמשך, תוך התייחסות עמוקה לרעיונות התלמידים.

- מהו תפקיד הדיון הכיתתי בפעילות כזו – להראות את האסטרטגיה הנכונה (נוסחה או דרך) או לתת ביטוי לאסטרטגיות שנחקרו על ידי התלמידים?

הדיון הכיתתי מנכיח את האסטרטגיות השונות שפיתחו התלמידים. המטרה היא לאפשר לתלמידים להציג את דרכי החשיבה שלהם, להשוות ביניהן ולבחון את הקשרים בין הרעיונות השונים. תהליך זה חושף באופן טבעי תפיסות נכונות ושגויות ומאפשר להתמודד איתן בדיון המשותף. תוך כדי הדיון, ובעיקר אחריו, המורה מקשרת ומנכיחה את המושגים והנוסחאות הפורמליים. כך הידע הפורמלי מתפקד כסיכום וארגון של מה שהתלמידים כבר הבינו, ולא כמידע חדש.

עקרון פעולה 4: למידה בהקשרים מוכרים ובאמצעות ייצוגים חזותיים

כדי לתמוך בלמידה פדגוגיה מקדמת שוויון נשענת באופן נרחב על ייצוגים חזותיים ועל הקשרים מוכרים מחיי היום-יום. כך, בעיות מתמטיות מורכבות מוצגות דרך סיטואציות מחיי התלמידים (כמו משחקים או בישול) או באמצעות ייצוגים חזותיים מוחשיים. ייצוגים אלה משמשים גשר בין המושגים המתמטיים המופשטים לעולם המוכר לתלמידים, המאפשר לתלמידים להתחבר לרעיונות המתמטיים באופן אינטואיטיבי ומתוך ניסיונם מחיי היום-יום. כך אפשר להנגיש מושגים מתמטיים ולהפחית חסמים הנובעים משימוש בלעדי בשפה מתמטית פורמלית. עיגון השיח בהקשרים יום-יומיים אף מקדם אווירה חברתית טובה, בגובה העיניים, המעודדת ביטחון והצלחה.

עיקרון זה מסיר את מחסום השפה המתמטית הפורמלית ומציע "נקודות כניסה" מגוונות לחשיבה ולפיתוח הרעיונות – נקודות המתאימות לתלמידים שונים הנבדלים זה מזה בידע קודם.

דוגמה מאפיינת: התאמת תרגילי חשבון לתרשימי סרטים בפעילות "מייצגים משוואות עם תרשימי סרטים" (עמ' 63)



בפעילות "מייצגים משוואות עם תרשימי סרטים" (ראו עמ' 63), במקום להתחיל ללמוד משוואות אלגבריות מופשטות מהצורה $ax+b=c$, התלמידים לומדים לייצג משוואות מתמטיות באמצעות מודל חזותי של "תרשים סרט". בתחילת הפעילות התלמידים מתבקשים להתאים בין תרגילי חשבון פשוטים (כמו $7=2+5$ ו- $10=2 \times 5$) לתרשימי סרטים שמייצגים אותם. הם מזהים את האופן שבו יחסים מתמטיים מוצגים בתרשים, למשל כיצד פעולת חיבור מוצגת כשני חלקים המרכיבים יחד סרט שלם, וכיצד פעולת כפל מוצגת כמספר זהה החוזר על עצמו כמה פעמים. בהמשך, כשהתלמידים כבר מבינים את העיקרון, הם עובדים עם משוואות הכוללות נעלמים. הם לומדים לייצג משוואות כמו $18=3+x$

מתאימים בין משוואות לתרשימי סרטים

$4+x=12$ $12:4=x$ $4 \cdot x=12$ המשוואות המתאימות	$12=4+x$ $12-x=4$ $12=4 \cdot x$ המשוואות המתאימות
---	---

6 עיבוד לפעילות מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 6, lesson 1
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/6/1/index.html>

כיצד פעילות זו מדגימה את העיקרון?

בפעילות זו המעבר ההדרגתי מייצוג חזותי מוחשי למשוואות אלגבריות מופשטות מאפשר להבין אינטואיטיבית את רעיון המשוואות ולראות כיצד המשוואות מייצגות יחסים מתמטיים. השימוש בתרשימי סרטים (ייצוג חזותי) תומך בקידום החשיבה על רעיון המשוואה ועוזר להנגיש מושגים מופשטים. בכך הוא מאפשר לכל התלמידים, ללא תלות בידע אלגברי קודם, להבין את המשמעות של משוואות ולפתח אסטרטגיות לפתרון. בהמשך, כאשר יילמדו טכניקות לפתרון משוואות, יוכלו התלמידים לחזור לייצוג זה, להיעזר בו, ואף להבין את ההיגיון העומד מאחורי הפעולות הטכניות. במילים אחרות, הייצוג החזותי אינו רק "פיגום זמני" ללמידה ראשונית, אלא כלי חשיבה שתלמידים יכולים להמשיך ולהיעזר בו גם בשלבים מתקדמים יותר של הלמידה.

אתגרים ושאלות מתוך ההתנסות של מורות



- **כיצד אוכל לשלב הקשרים מוכרים בנושאים מתמטיים שנראים מנותקים מחיי היום-יום, כמו אלגברה או גיאומטריה?**

גם נושאים מופשטים יכולים להיות מחוברים לחיי היום-יום או מיוצגים באמצעות מודלים חזותיים שילדים יכולים לחשוב באמצעותם. למשל באלגברה, כדי להציג משוואות, אפשר להשתמש בסיטואציות כגון קניות, חיסכון או תכנון אירועים. בגיאומטריה אפשר להשתמש בנושאים כמו אדריכלות, עיצוב או ספורט. חשוב לזכור שההקשר צריך להיות טבעי ובעל משמעות ולא מאולץ. באוגדן זה נמצאות דוגמאות רבות למשימות הכוללות ייצוגים חזותיים והמחשות מחיי היום-יום (ראו עמ' 29).

- **האם אני צריכה לוותר על השימוש בשפה המתמטית הפורמלית לטובת שפה יומית?**

המטרה היא לבנות את השפה המתמטית הפורמלית בהדרגה, על בסיס הבנה אינטואיטיבית. בהחלט חשוב שבסופו של התהליך ירכשו התלמידים את השפה המתמטית הפורמלית, אבל הכניסה לנושא באמצעות שפה יומית והקשרים מוכרים מאפשרת לתלמידים רבים להבין תחילה את המושגים ולפתח חשיבה אינטואיטיבית. לדוגמה, בפעילות "כיסוי הארונית" (ראו עמ' 52), התלמידים מדברים תחילה על "צדדים" ו"פתקיות", ורק אחר כך קושרים את המושגים האלה ל"פאות" ול"שטח פנים".

- **בסופו של דבר התלמידים נדרשים לפתור משוואה ולא לבנות סרט. עד כמה זה באמת חשוב לחבר את המתמטיקה לחיי היום-יום?**

ההקשר היום-יומי משמש נקודת פתיחה להבנת הרעיון המתמטי, אך לאחר שהתלמידים רכשו הבנה הם עוברים לעבודה וללמידה של המושגים הפורמליים. כך כאשר הם פותרים משוואה, הם יבינו מה היא מייצגת ולא רק יזכרו את הפרוצדורה המתמטית. העיקרון המנחה הוא שההקשרים המוכרים והייצוגים החזותיים יכולים להיות חלק מארגז הכלים של התלמיד. כאשר התלמידים ייתקלו בעתיד במשוואה מורכבת או בבעיה חדשה, הם יוכלו לחזור לייצוגים האלה כדי להתמודד עימן. כל זה מקנה להם גמישות מתמטית – היכולת לבחור את הכלי המתאים לכל מצב, בין שהוא חזותי, הקשרי או פורמלי.

עקרון פעולה 5: המורה והתלמידים דנים בדרכי חשיבה שונות

עקרון פעולה זה מתמקד בהנחיית שיח מתמטי עשיר בכיתה, שבמוקדו הצגת דרכי חשיבה מגוונות, הסברים והנמקות. לעיתים קרובות הצלחה במתמטיקה מזוהה עם הגעה מהירה ומדויקת לתשובה נכונה. בהוראה המקדמת שוויון, במקום להתמקד ולדון בדרך פתרון אחת, המורה ממקדת את הדיון בדרכים שונות לפתרון ובהבנת הקשרים ביניהן. המורה מעניקה ערך גם ליכולת להסביר ולנמק חשיבה מתמטית. כאשר הצלחה במתמטיקה כוללת גם את היכולת לפתח דרך פתרון והסבר – גם כאשר הפתרון או ההסבר עדיין אינם מלאים – יותר תלמידים יכולים לחוות הצלחה ולבסס ביטחון ביכולותיהם. זאת ועוד, כשמשתמשים במשימות שלהן מגוון רחב של דרכים לפתרון, תלמידים שנמנעים בדרך כלל מלהשתתף בשיעור יוכלו להשמיע את קולם ולהציג פתרון. חשוב לזכור כי תלמידים המתקשים במתמטיקה אינם בהכרח מתקשים בחשיבה מתמטית. לעיתים הקושי קשור בעיקר לשליטה בפרוצדורות, למהירות ביצוע או לביטחון עצמי, ולא להבנה המתמטית עצמה.

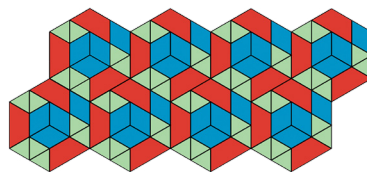
דוגמה מאפיינת:

דיון כיתתי ב"מרצפים את המישור"⁷ (עמ' 31)



בפעילות "מרצפים את המישור" לאחר העבודה בזוגות או בקבוצות, נקיים דיון בשאלה "מה יש יותר: אדום, כחול או ירוק?"

צורה מרוצפת – מה יש יותר: אדום,
כחול או ירוק?



מטרת הדיון היא לתת ביטוי לכל הפתרונות, ולבטא את דרכי הפתרון גם באופן חזותי על הלוח. המורה מזמינה זוגות או קבוצות שונים להציג את דרכי הפתרון שלהם, ומנווטת את הדיון לפי המבנה הזה:

שלב 1: הצגת רעיונות בסיסיים – זוג שספר את כמות הצורות מכל צבע.

שלב 2: הצגת רעיונות מורכבים יותר – זוג שהבין שצורות שונות תופסות שטח שונה.

שלב 3: חיבור בין הגישות – דיון על הקשר בין מספר הצורות לשטח שהן תופסות.

המורה מעודדת את ההשתתפות ומשתמשת בשאלות כמו "מי חשב על דרך דומה?" או "מי יכול להסביר את הדברים בדרך אחרת?" היא מבקשת מהתלמידים להשוות בין הדרכים השונות ולהסביר את ההבדלים ביניהן.

7 עיבוד לפעילות מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 1
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/1/index.html>

כיצד הפעילות מדגימה את העיקרון?

דיון מסוג זה מאפשר הצגה של מגוון דרכי פתרון שתלמידים שונים פיתחו, גם אם דרכי הפתרון הן נכונות רק חלקית. הדיון לא מתמקד במיון של תשובות נכונות או לא, אלא דווקא מדגיש את ההיבטים האנליטיים בכל דרך פתרון ומראה כיצד שילוב הפתרונות החלקיים מייצר את התשובה המדויקת ביותר, שלא בהכרח כל התלמידים הגיעו אליה.

אתגרים ושאלות מתוך ההתנסות של מורות



- **איך אני מבטיחה שלא רק התלמידים ה"חזקים" ישתתפו בדיון?**
הנחיית הדיון בשלבים יכולה לעזור בכך. חשוב להתחיל מהצגת הפתרונות הפשוטים והאינטואיטיביים יותר. כדאי גם להכין מראש שאלות המאפשרות לכל התלמידים לתרום לדיון במליאה, כמו "מי מסכים עם...?" או "מי חשב על דרך דומה?".
- **מהו תפקיד הדיון הכיתתי בפעילות כזו – להראות את האסטרטגיה הנכונה או לתת ביטוי לאסטרטגיות שנחקרו על ידי התלמידים?**
שני הדברים חשובים ותורמים לקידום זהות מתמטית חיובית בקרב תלמידים. התהליך ההדרגתי יעזור בכך: תחילה חשוב לתת ביטוי לאסטרטגיות השונות שפיתחו התלמידים, ולהנכיח את מגוון הרעיונות. רק לאחר מכן, באמצעות בחינה משותפת של דרכי הפתרון השונות, ומציאת נקודות דמיון ושוני, נבסס תובנות מתמטיות מרכזיות.
- **איך אני מנהלת דיון כך שהוא יהיה מועיל לכולם, גם לתלמידים שכבר "יודעים" את התשובה וגם לאלה שעדיין לא הבינו?**
דיון טוב מעמיק את ההבנה של כולם. גם תלמידים שמצאו את התשובה יכולים ללמוד מדרכי חשיבה שונות ולחזק את יכולת ההנמקה שלהם. תלמידים שהתקשו יכולים להבין על סמך הדוגמאות של חבריהם. חשוב להדגיש את התהליך ולא רק את התוצאה הסופית של המשימה. ניתן להוסיף אף משימות המשך כדי לתרגל, ליישם ולהעמיק את ההבנה של הנושא.

שער שני
הצעות לשיעורים
ופעילויות לכיתות ז'



שער שני: הצעות לשיעורים ופעילויות לכיתות ז'

במסגרת התוכנית פותח אוגדן למורה ובו 20 הצעות לשיעורים העוסקים בנושאים מרכזיים מתוך תוכנית הלימודים של כיתה ז', שעובדו ממקורות שונים. לפניכם שבעה מערכי שיעור לדוגמה, מתוך אוגדן זה.

הפעילויות:

- מרצפים את המישור
- מפתחים שיטות לחישוב שטחי מצולעים
- מהו שטח פנים?
- מייצגים משוואות עם תרשימי סרטים
- חושבים על משוואות כמתלים
- משמעות החזקה
- מרוץ ההצבות

הפעילויות המוצגות באוגדן למורה הן עיבוד לפעילויות מתוך:

Amplify Classroom

<https://classroom.amplify.com/search?subjects=Math>

בקרו ב-Amplify Classroom לשיעורים, כלים לבניית שיעורים וכלי המחשה וירטואליים של Polypad בכתובת classroom.amplify.com. התוכנית "מתמטיקה מקדמת שוויון" אינה קשורה ל-Amplify ואיננה ממומנת או מאושרת על ידו.

Illustrative Mathematics

<https://accessim.org/ms?a=teacher>

IM® 7-8 Math by Illustrative Mathematics®.

Mindset Mathematics, Visualizing and Investigating Big Ideas, Grade 7.

Boaler, J., Munson, J., & Williams, C. (2018). Mindset Mathematics: Visualizing and Investigating Big Ideas. Jossey-Bass.

לומדים מתמטיקה כולם – מהלכה למעשה, מכון ויצמן למדע.

מתמטיקה משולבת, מכון ויצמן למדע.

פט"ל מתמטיקה, סביבת למידה והוראה ממוחשבת מותאמת אישית, מכון ויצמן למדע.

<https://stwww1.weizmann.ac.il/petel/%d7%a4%d7%98%d7%9c-%d7%9e%d7%aa%d7%9e%d7%98%d7%99%d7%a7%d7%94>

מרצפים את המישור

עיבוד לפעילות: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 1
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/1/index.html>

שיעור זה עובד במסגרת מהלך "מתמטיקה מקדמת שוויון"
בשותפות בין רשת ברנקו וייס, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, מכון ויצמן למדע
והמרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה.

רציונל השיעור

מיקום בתוך תוכנית הלימודים ומטרות מתמטיות

השיעור עוסק בהבנת מושג השטח, וניתן לשלבו כשיעור פתיחה לפני הוראת שטח המלבן.
בשיעור התלמידים חושבים ומדברים על שטחים במילים שלהם. הם משווים שטחים של צורות
ש"מרצפות" יחד צורה גדולה יותר. מתוך ההתנסות הם לומדים כי המושג שטח מתייחס לשאלה
"כמה" מהמישור צורה מסוימת (בד"כ ריבוע) מכסה. הם אף לומדים כי ניתן להשוות בין שטחים
של צורות על ידי פירוק והרכבה שלהן.

רעיונות מרכזיים מתוך תוכנית הלימודים

- צורות חופפות שוות בשטחן. כלומר, אם ניתן להניח שתי צורות אחת על גבי השנייה כך שהן מתאימות בדיוק, אז יש להן אותו שטח.
- אם מרצפים צורה בעזרת צורות שלא נחתכות, שטחה הוא סכום שטחי הצורות המרצפות.
- השטח של צורה לא משתנה כאשר מפרקים ומסדרים מחדש את הצורה.

השיעור בקצרה

הפעילות	עזרים
פעילות פתיחה: מה לא שייך? ריצופים (10 דק') עבודה בקבוצות נבקש מהתלמידים לחשוב במה כל אחד מהריצופים שונה מהאחרים. הפעילות מאפשרת לתלמידים "לדבר" גיאומטריה. למשל, התלמידים יכולים להתייחס לצורות הגיאומטריות המרכיבות את הריצופים (משושים, מחומשים, ריבועים), לאורכי הצלעות, לריצוף מלא או לא וכו'.	 שקף מס' 1: הריצופים
פעילות מרכזית: מה יש יותר: אדום, כחול או ירוק? (20 דק') עבודה בזוגות בפעילות זו התלמידים חוקרים צורה גדולה שמרוצפת בדפוס חוזר של צורות גיאומטריות קטנות יותר (משולשים, מעוינים וטרפזים). התלמידים חושבים יחד: מה יש יותר? אדום, כחול או ירוק? כלומר אילו מהצבעים תופסים הכי הרבה מקום בצורה המרוצפת? התלמידים כותבים את הנימוק שלהם באופן מסודר. הפעילות מזמנת דיון על יחסי השטחים בין הצורות הגיאומטריות, ובמהלכה התלמידים מחשבים שטחים באמצעות פירוק והרכבה של צורות.	 • דף עבודה לתלמידים • תמונה צבעונית של המישור המרוצף • אופציונלי: עזרים גיאומטריים: נייר שקוף, צבעים, סרגלים, מספריים
סיכום (15 דק') במליאה נזמין את התלמידים לשתף את רעיונותיהם בנוגע ל: • יחסי השטחים בין הצורות • הכמויות היחסיות בצורה כולה • כמויות יחסיות במשושה בסיכום השיעור נשתמש במושג "שטח" ונקשור אותו לרעיונות האינטואיטיביים שפיתחו התלמידים במהלך העבודה בקבוצות.	 שקף מס' 2: המישור המרוצף
תרגול (20 דק')	דף תרגול לתלמידים

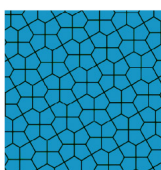
מהלך השיעור

פעילות פתיחה: מה לא שייך? ריצופים (10 דקות)

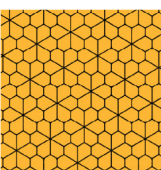
מטרת הפעילות

התלמידים משווים בין ארבע תבניות ריצוף, ומתבקשים לחשוב איזו תבנית לא שייכת. במהלך הפעילות התלמידים משווים בין ארבע תבניות גיאומטריות ומתנסים בשיח על גיאומטריה. לכל תבנית יש לפחות סיבה אחת שבגללה היא לא שייכת, מה שמאפשר נקודות כניסה רבות לדיון (ניתן לקרוא בהרחבה על היתרונות של פעילויות "מה לא שייך?" להשתתפות של כל התלמידים בשיח כיתתי בפרק "מיני פרקטיקות מקדמות שוויון"). הפעילות מעודדת את התלמידים להתייחס בשיח לצורות שמכסות את המישור ללא רווחים וחפיפות (צורה d בהשוואה לצורות האחרות), מה שיתקשר למשמעות המושג שטח. לצד זאת, התלמידים עשויים להתייחס להיבטים נוספים שקשורים בתבניות שלא קשורים בהכרח למושג "שטח".

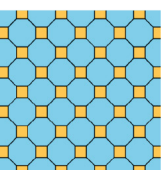
A



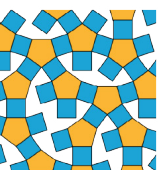
B



C



D



מה לא שייך? ריצופים

איזו תבנית לא שייכת?

מהלך הפעילות: עבודה בקבוצות

פתיחה: נציג את השקף עם ארבעת התבניות על הלוח (שקף מס' 1).
עבודה עצמאית: נבקש מהתלמידים לסמן באופן עצמאי איזו תבנית לא שייכת לדעתם ולחשוב מדוע. נעודד את התלמידים לחשוב על מספר אפשרויות.
עבודה בקבוצות: נקדיש כחמש דקות שבהן התלמידים ישתפו את רעיונותיהם עם הקבוצה, ולאחר מכן נבקש מהם להציע הסבר אחד לפחות לשאלה מדוע כל אחת מהתבניות לא שייכת.

דגשים להנחיית העבודה בקבוצות

נשים לב להסברים של התלמידים. נעודד אותם להסביר את המשמעות של כל מונח שבו הם משתמשים (שמות של מצולעים או זוויות, חלקי מצולעים, שטח וכו') ולבסס את טענותיהם. לדוגמה, תלמיד עשוי לטעון שדפוס D לא שייך כי לכל המצולעים שבו יש אותו אורך צלע. בתגובה נשאל אותו איך הוא יודע שזה המקרה?
נסביר שכיסוי אזור דו-ממדי בעותקים של אותה צורה או צורות ללא רווחים או חפיפות נקרא **ריצוף המישור**. דפוסים A, B ו-C הם דוגמאות לריצוף. נאמר לתלמידים שבפעילויות הבאות נחקור ריצופים נוספים.

דיון בעקבות הפעילות במליאה

נזמין כל קבוצה להציג הסבר אחד לכך שצורה מסוימת לא שייכת לשאר הדפוסים. נרשום את הרעיונות על הלוח. לאחר שיוצג כל רעיון, אפשר לבדוק עם הכיתה איזו קבוצה זיהתה רעיון דומה.

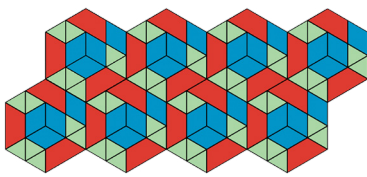
תגובות אפשריות של תלמידים

צפו שהתלמידים יתארו את הדפוסים במונחים של:

- צבעים
- גודל הצורות או מדידות אחרות
- צורות גיאומטריות
- יחסים בין צורות (למשל, האם כל צד של המצולעים נפגש עם הצד של מצולע אחר? רווח בין המצולעים וכו')

פעילות מרכזית: מה יש יותר: אדום, כחול או ירוק? (20 דקות)

צורה מרוצפת – מה יש יותר: אדום, כחול או ירוק?



מטרת הפעילות: בפעילות זו התלמידים חוקרים צורה גדולה המרוצפת באמצעות דפוס חוזר של צורות גיאומטריות קטנות יותר (משולשים, מעוינים וטרפזים). התלמידים מתבקשים לחשוב יחד ולנמק: מה יש יותר: אדום, כחול או ירוק? כלומר אילו מהצבעים תופסים יותר מקום בריצוף. הפעילות מזמנת דיון על יחסי השטחים בין הצורות הגיאומטריות, ובמהלכה מחשבים התלמידים שטחים באמצעות פירוק והרכבה של צורות.

מהלך הפעילות: עבודה בזוגות

פתיחה: ניתן לכל תלמיד דף שעליו מודפסת הצורה בצבע. נסביר לתלמידים שהם צריכים לבדוק איזה צבע מכסה חלק גדול יותר מהצורה הגדולה: אדום, ירוק או כחול?
אפשר להניח על השולחן כלים שונים, מספריים, סרגלים, נייר שקוף וצבעים, ולהציע לתלמידים להשתמש בהם, במידת הצורך.
עבודה עצמאית: נקדיש כשמונה דקות לזמן חשיבה שקט, שבו כל תלמיד ותלמידה חושבים באופן עצמאי על תשובות אפשריות.
עבודה בזוגות: נבקש מהתלמידים לדון ולבחון תשובות אפשריות.

דגשים להנחיית עבודה בזוגות

בזמן שהתלמידים עובדים בזוגות נסתובב בכיתה ונתעד בכתב את הרעיונות ודרכי הפתרון (ואף את המילים, המשפטים והציורים) של התלמידים. אם את מזהה זוגות שלא יודעים איך להתקדם או שמצאו פתרון מבלי להבין את מורכבות רעיון השטח (ראו תגובות אפשריות של תלמידים), אפשר להשתמש בשאלות: יכול להיות שמספריים או נייר שקוף וצבעים יוכלו לעזור לכם כאן?; כשתלמידים מציגים פתרון אינטואיטיבי: יש דרך לבדוק אם זה בטוח נכון?; כשתלמידים סופרים את הצורות ולא מתייחסים לגודל השטח של כל צורה: האם משולש מכסה את אותו חלק בצורה כמו הטרפז?

דיון בעקבות הפעילות: נזמין תלמידים לשתף את רעיונותיהם על פי הסדר הבא:

- רעיונות הנוגעים ליחסי השטחים בין הצורות (שני משולשים יוצרים מעוין ושלושה משולשים יוצרים טרפז).
- רעיונות בנוגע לכמויות יחסיות בצורה כולה: לדוגמה, יש 56 משולשים ירוקים, 32 מעוינים כחולים (ששטחם זהה ל-64 משולשים) ו-24 טרפזים אדומים (ששטחם זהה ל-72 משולשים), כך שיש יותר אדום.
- רעיונות בנוגע לכמויות יחסיות במשושה: למשל, בכל משושה יש שבעה משולשים ירוקים, ארבעה מעוינים (ששטחם זהה לשמונה משולשים) ושלושה טרפזים (ששטחם זהה לתשעה משולשים).

תגובות אפשריות של תלמידים

- חלק מהתלמידים יעריכו את השטח באופן אינטואיטיבי, למשל: זה נראה שיש יותר אדום מכחול וירוק.
- חלק מהתלמידים יספרו את כמות הצורות השונות (משולשים, טרפזים, מעוינים) בתוך משושה או בצורה כולה. אולם, כדי לחשב באופן מדויק כמה מהמישור מכוסה על ידי כל צורה, הם צריכים להיות מודעים ליחסים בין הצורות.
- יהיו תלמידים שלא יזכרו את המושגים "מעוין" ו"טרפז".

סיכום השיעור (15 דקות)

במהלך השיעור התלמידים חשבו על רעיונות באופן אינטואיטיבי הנוגעים למושג שטח. בסיכום השיעור נשלב את המושג "שטח" באופן מפורש. ניתן לסכם את השיעור כך: בשיעור זה התחלנו לחשוב על משמעות השטח. ניסינו להשוות את השטחים שצורות שונות (משולשים, מעוינים, טרפזים) מכסות בצורה הגדולה. אפשר לשאול שאלות כמו: אז מה שטח הטרפז בצורה זו ביחס למשולש?; מה שטח המעוין ביחס לשטח המשולש?

תרגול (20 דקות)

אפשר לתת לתלמידים את משימת הסיכום כעבודה עצמית. **המשימה: ציירו שתי צורות שאתם יודעים שאין להן אותו שטח והסבירו כיצד אתם יודעים את זה.**

כדאי לאסוף את דפי העבודה של התלמידים בסיום השיעור כדי: (1) להבין איך התלמידים מבינים את המשמעות של המושג שטח בסיום השיעור הזה; (2) להראות לכיתה, "לציין לטובה" בשיעור שלאחר מכן הסברים/איורים שבעיניך היו בהירים, ולהדגיש מה עזר לכן להבין את הרעיון. הצגת הרעיונות האלה יכולה לתמוך ביכולתם של התלמידים לאורך השנה להסביר את רעיונותיהם בצורה בהירה ומובנת.

שקפים למורה

קישור למצגת:

<https://tinyurl.com/4dwsbcf2>

המצגת כוללת את השקפים הבאים:

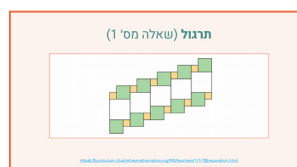
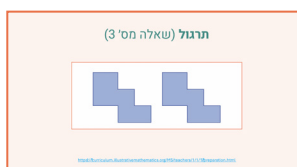
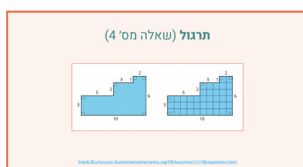
(1) שקף הריצופים



(2) שקף המישור המרוצף



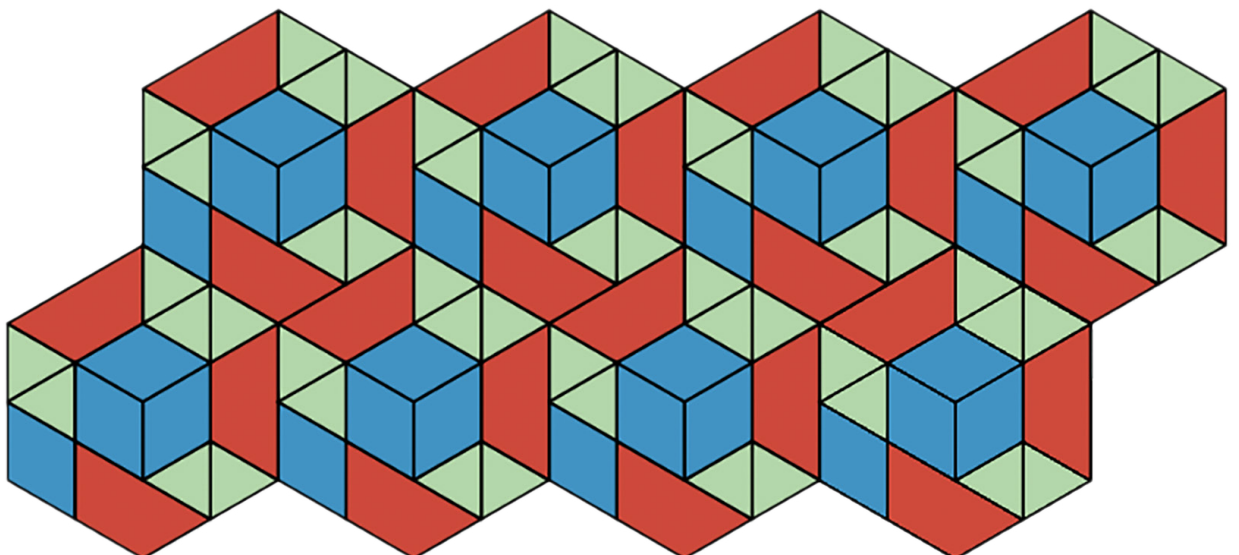
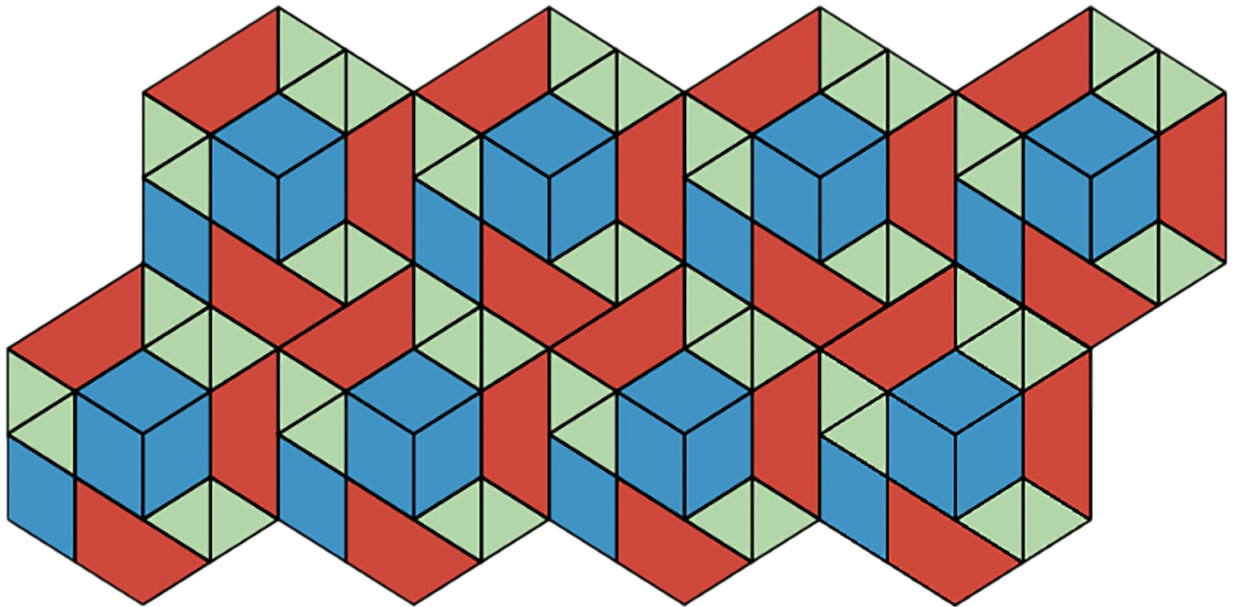
(3) שקפי תרגול



⊕ הצעות לשינויים והרחבות

- במהלך השיעור התלמידים כותבים הסבר לטענתם. אפשר לשלב בסיום השיעור את אחת הפעילויות שבה התלמידים נותנים ומקבלים משוב אחד מהשני על בהירות נימוקיהם.
- מומלץ לאפשר לתלמידים להשתמש בעזרים גיאומטריים במהלך הפעילות, כמו מספריים, סרגלים, נייר שקוף וצבעים, מבלי לכוון אותם כיצד כדאי להשתמש בהם. בסיום הפעילות כדאי לדון עם התלמידים על האופן שבו הם השתמשו בכלים ואיך הכלים סייעו להם בביסוס טענותיהם.
- מטרת תרגיל מס' 4 בדף התרגול היא להתנסות שוב בפירוק צורות גיאומטריות בדרכים שונות. התרגיל מצריך מיומנות של חישוב שטח מלבן על ידי הכפלת צלע בצלע (ללא "רשת"). התלמידים למדו לחשב שטח מלבן בביה"ס היסודי, אך עבור חלקם משימה זו עלולה להיות מאתגרת. כדאי לחשוב איך תומכים בכל התלמידים בכיתה כך שיתמודדו עם המשימה.

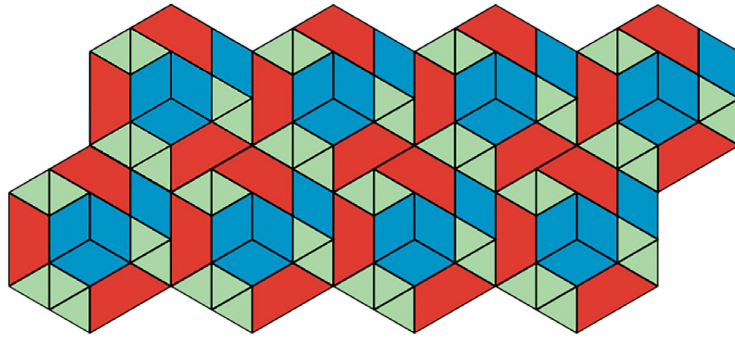
דף עבודה לתלמיד: המישור המרוצף



עיבוד לפעילות: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 1
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/1/index.html>

דף עבודה למשימת ריצוף צורה

איזה צבע מכסה חלק גדול יותר מהצורה הגדולה המוצגת מעלה:
אדום, ירוק או כחול? הסבירו כאן את דרך החשיבה שלכם.



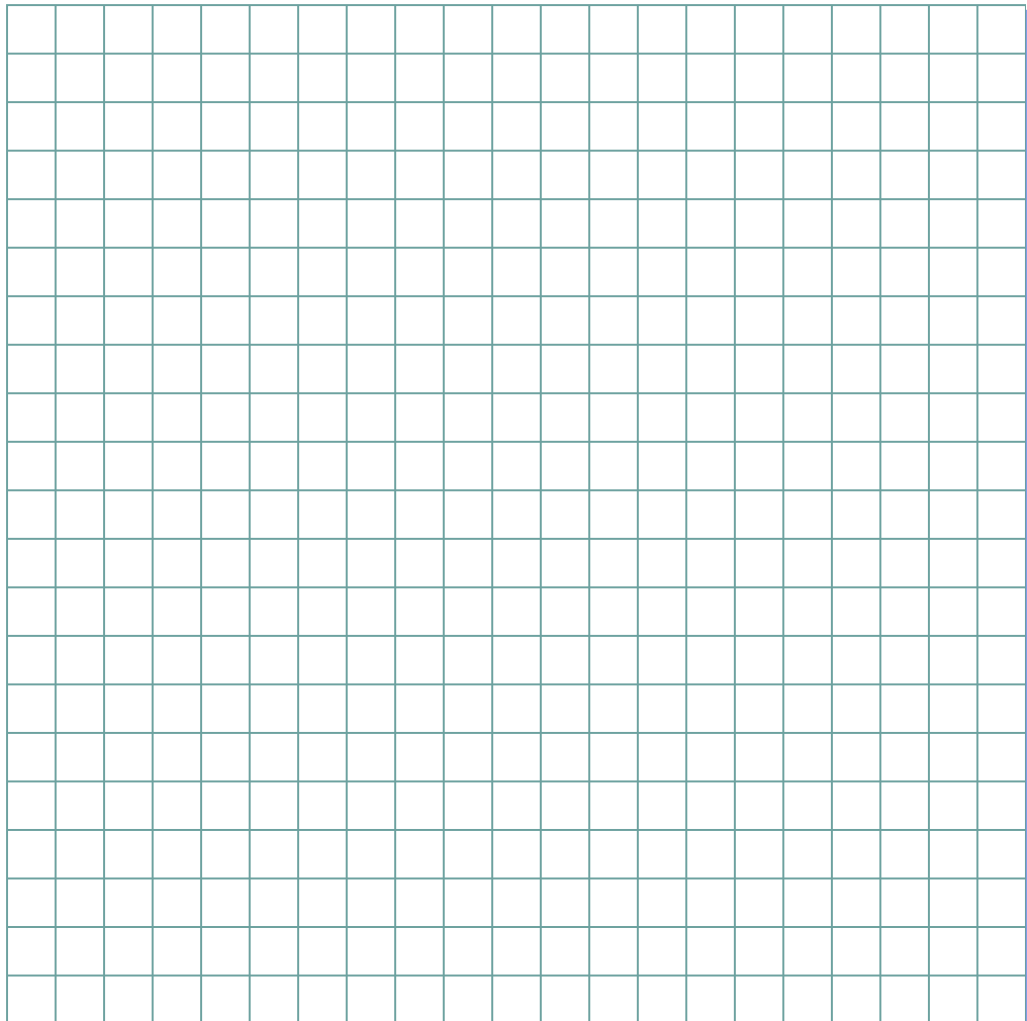
כאן אפשר לקשקש

דרך החשיבה שלי

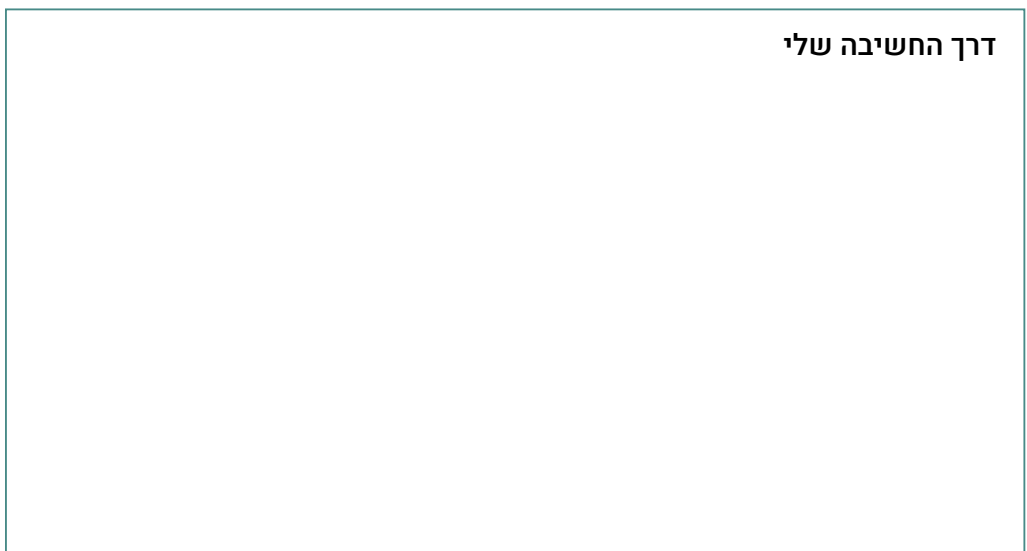
עיבוד לפעילות: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 1
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/1/index.html>

משימת סיכום

ציירו שתי צורות שאתם יודעים שאין להן אותו שטח והסבירו איך אתם יודעים את זה.



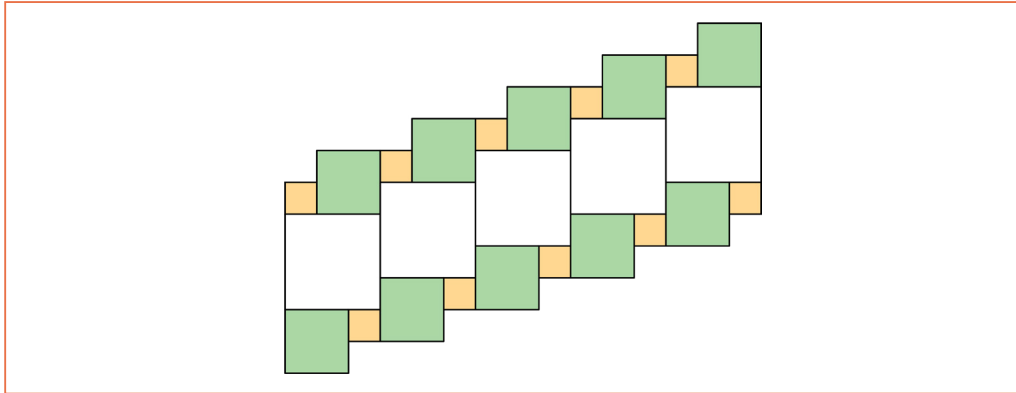
דרך החשיבה שלי



עיבוד לפעילות: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 1
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/1/index.html>

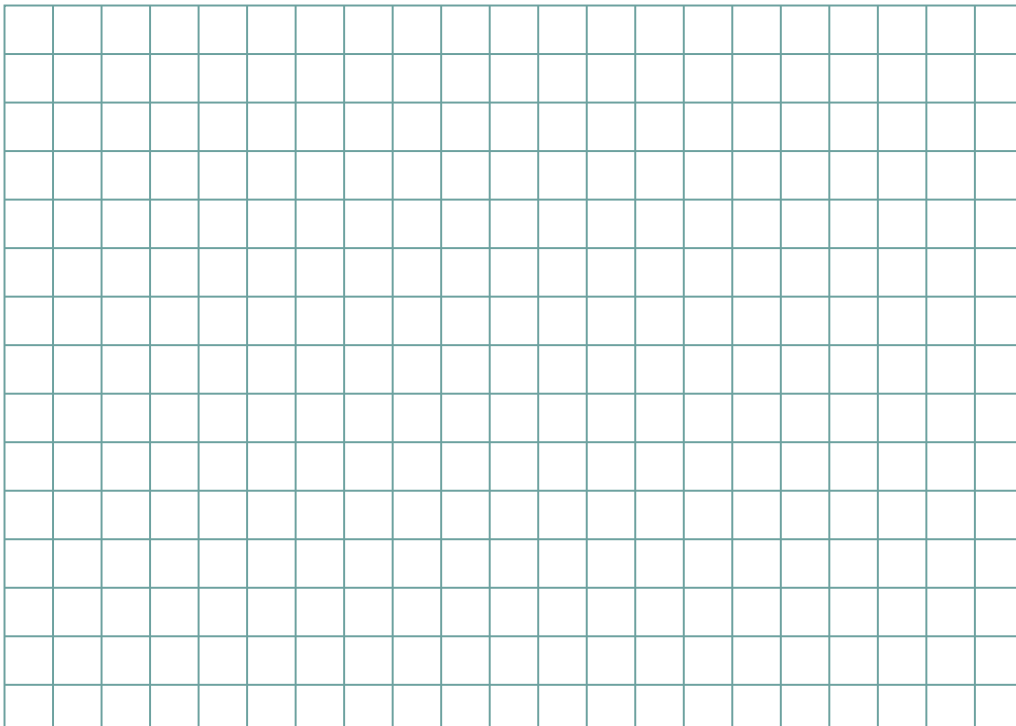
תרגול

1) איזה ריבוע (הגדול, הבינוני או הקטן) מכסה יותר משטח הצורה? הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

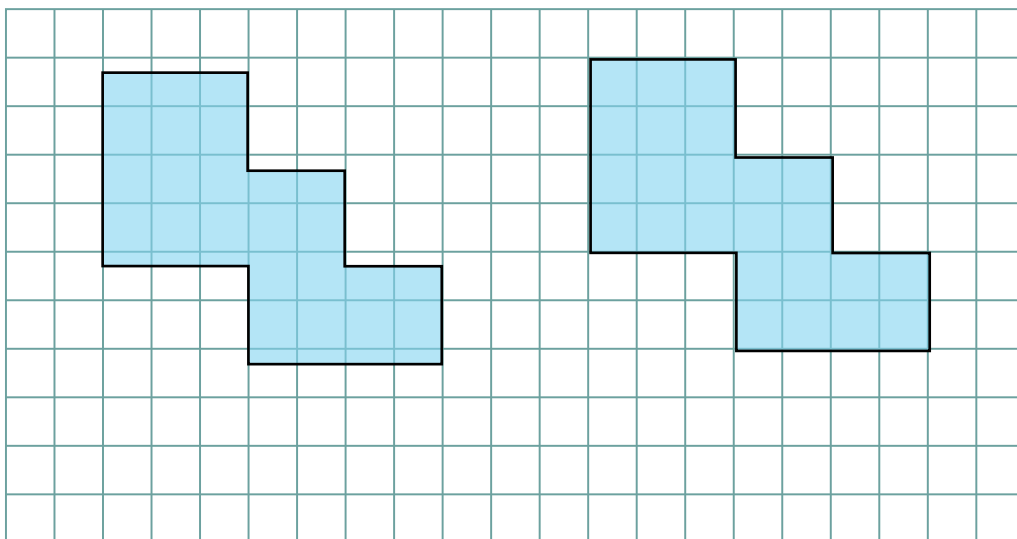


דרך החשיבה שלי

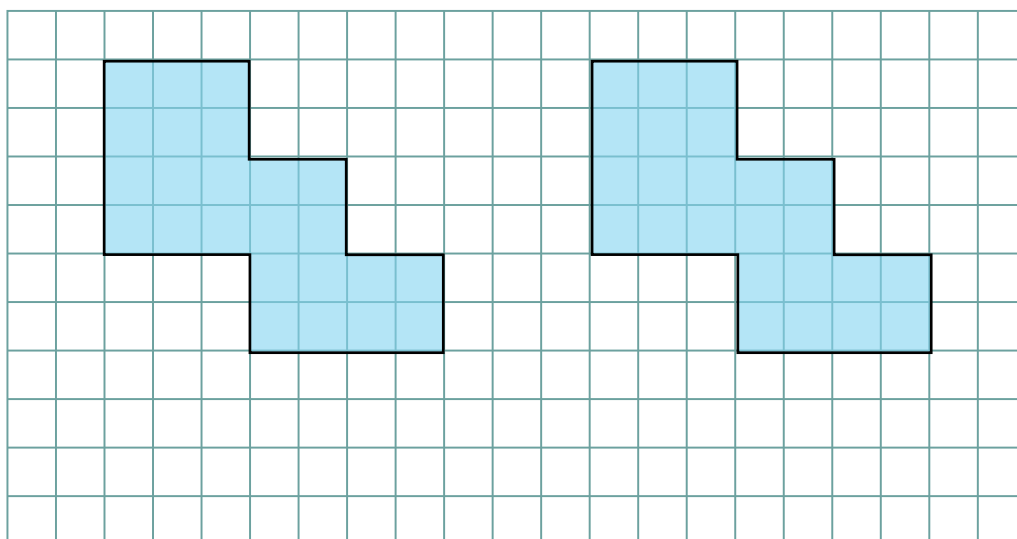
2) ציירו שלושה מרובעים שונים שהשטח שלהם הוא 12 משבצות.



3) לפניכם שני עותקים של אותה הצורה. הראו שתי דרכים שונות שבאמצעותן ניתן לחשב את השטח שלהן.



דרך החשיבה שלי



דרך החשיבה שלי

עיבוד לפעילות: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 1
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/1/index.html>

מפתחים שיטות לחישוב שטחי מצולעים

עיבוד לפעילות: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 3
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/3/index.html>

שיעור זה עובד במסגרת מהלך "מתמטיקה מקדמת שוויון"
בשותפות בין רשת ברנקו וייס, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, מכון ויצמן למדע
והמרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה.

רציונל השיעור

מיקום בתוך תוכנית הלימודים ומטרות מתמטיות

בשיעור זה התלמידים מפתחים שיטות לחישוב שטחים. השיעור מעודד את התלמידים להשתמש באסטרטגיות הבאות:

- פירוק והרכבה מחדש של המצולעים למצולעים שאת שטחם אנו יודעים לחשב.
- החסרה של שטח מצולע "חסר" מתוך מצולע גדול יותר.
- השלמה של מצולע גדול יותר וחיסור השטחים.

אפשרויות לשילוב השיעור בתהליכי למידה נרחבים

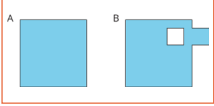
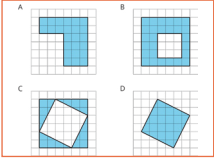
אפשרות א': השיעור יכול להיות חלק מסדרה של שלושה שיעורים העוסקים במושג השטח ומוצאים באסופה זו (שיעור מס' 1: "מרצפים את המישור"; שיעור מס' 2: "מוצאים שטחים באמצעות פירוק והרכבה"; שיעור מס' 3: "מפתחים שיטות לחישוב שטחי מצולעים"). אפשרות ב': ניתן להשלים את המשימות בשיעור זה על סמך ידע בחישוב שטח מלבן בלבד. לכן, ניתן לשלב שיעור זה לאחר שהתלמידים למדו לחשב שטח מלבן, כהכנה להוראת חישובי שטחים מורכבים.

דגשים מרכזיים מתוך תוכנית הלימודים

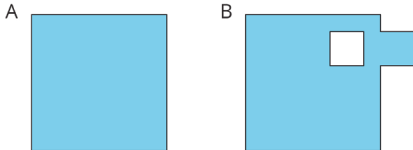
(א) חישוב שטחים של מצולעים כלליים ע"י חלוקתם למצולעים שאת שטחם אנו יודעים לחשב.
(ב) חישוב שטח מצולע באמצעות חיסור חלקים מצורה שמכילה את המצולע.

מטרת השיעור (לתלמידים): נלמד להשתמש בשיטות שונות לחישוב שטחים של צורות.

השיעור בקצרה

הפעילות	עזרים
פתיחה: משווים שטחים (10 דקות) עבודה עצמאית התלמידים מתבקשים לקבוע אם שטח צורה A גדול יותר, קטן יותר או שווה לשטח צורה B, ולנמק את תשובתם.	 - דף עבודה מלווה לשיעור (משימה מס' 1) - עזרים גיאומטריים: נייר שקוף, צבעים, סרגלים, מספריים
פעילות מרכזית א': מחשבים שטחים על רשת (25 דקות) עבודה בזוגות התלמידים מפתחים שיטות לחישוב שטחים של צורות מורכבות על רשת. חישוב שטחי הצורות מצריך שימוש באסטרטגיות של פירוק, הרכבה, החסרה והשלמת צורה.	 דף עבודה מלווה לשיעור (משימה מס' 2)
פעילות מרכזית ב': חישוב שטחים ללא רשת (15 דקות) במליאה התלמידים מיישמים את האסטרטגיות שלמדו בפעילות א' לחישוב שטחי צורות שלא משרטטות על רשת. בדיון הכיתתי נחפש את הדמיון בין השיטות לחישוב שטחי הצורה בפעילות א' ו-ב'.	דף העבודה והעזרים הגיאומטריים מפעיל ליות הפתיחה
סיכום ותרגול (20 דק') נסכם את השיטות המרכזיות שהשתמשנו בהן לחישובי שטחים: (1) פירוק (2) פירוק והחסרה (3) הרכבה	

מהלך השיעור



משווים בין שטחים

האם השטח של צורה A גדול יותר, קטן יותר או שווה לשטח של צורה B? הסבירו או הראו למה אתם חושבים כך. ניתן להיעזר בנייר שקוף, סרגל, צבעים, מספריים על מנת להוכיח את הטענה שלכם.

פעילות פתיחה: משווים בין שטחים (10 דקות)

מטרות הפעילות

- לבסס ידע קודם בנוגע לרעיונות: (א) שטחי צורות חופפות הם זהים; (ב) פירוק הצורה וארגונה מחדש לא משפיע על השטח שלה.
- לעסוק באופן מפורש בכתיבת טיעון / הוכחה בגיאומטריה.

מהלך הפעילות: עבודה עצמאית פתיחה

- נחלק לתלמידים את דף העבודה לפעילות "משווים בין שטחים".
- נניח בכיתה עזרים גיאומטריים (נייר שקוף, סרגל, צבעים, מספריים) ונציע לתלמידים להיעזר בהם.
- נדגיש בפני התלמידים כי חשוב להוכיח מדוע הטענה שלהם נכונה, ולא להסתמך רק על מה שהם "רואים". נבקש מהם להסביר איך הם יודעים שטענתם בוודאות נכונה.

עבודה עצמאית: התלמידים עובדים במשך חמש דקות על המשימה וכותבים הסבר לטענה שלהם.

דגשים להנחיית העבודה העצמאית

- בזמן שהתלמידים עובדים נסתובב בכיתה.
- יהיו תלמידים שיקבעו ששטח הצורות השונות הוא זהה, אך יתקשו להסביר מדוע ("פשוט רואים"). נעודד אותם לחשוב על דרך שבה הם יכולים להראות שהמסקנה שלהם נכונה. לשם כך, נציע להם להשתמש בעזרים הגיאומטריים.
- צורה B: ייתכן ותלמידים יתייחסו לא רק לשטח הצבוע של הצורה אלא לכללותה. נדגיש כי הכוונה היא להתייחס רק לשטח הצבוע.

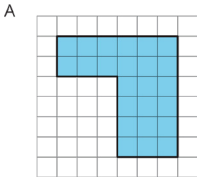
דיון בעקבות הפעילות

- נשאל את התלמידים לאיזו צורה שטח גדול יותר? A או B?
- נזמין תלמידים להציג את נימוקיהם. כדאי שיציגו תלמידים שעשו שימוש בעזרים גיאומטריים שונים לכתבת הנימוק (מספריים, סרגל, נייר שקוף).
- ההוכחה שתוצג על הלוח צריכה לכלול את הרעיונות הבאים:
 - (1) אנחנו יכולים להראות שהמלבן הקטן שמחוץ לצורה B חופף ל"חור" בצורה B. כלומר אפשר "לחתוך אותו" ולארגן את הצורה מחדש כך שישלים בדיוק את ה"חור".
 - (2) אחרי שארגנו את הצורה מחדש אנחנו יכולים להראות (באמצעות גזירה, נייר שקוף או סרגל) שצורה A חופפת לצורה B ולכן השטחים שלהן זהים.

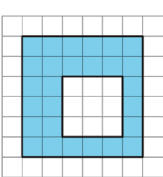
פעילות מרכזית א': מחשבים שטחים על רשת (25 דקות)

- ארבע המשימות בפעילות נבחרו על מנת לעודד שימוש באסטרטגיות שונות לחישוב שטח.
- את שטח צורה A אפשר לחשב באמצעות **פירוק** למלבנים.
 - את שטח צורה B אפשר לחשב ע"י **פירוק** למלבנים או ע"י **החסרה של השטח החסר** משטח הריבוע.
 - אפשר לחשוב שאת שטח צורה C יש לחשב ע"י **החסרה של שטח הריבוע הפנימי**, אך מכיוון שאורך צלעותיו של הריבוע הפנימי אינן ידועות, שיטה זו לא תעבוד. ניתן לחשב את שטח הצורה ע"י **פירוק וארגון מחדש של המשולשים** למלבנים.
 - את שטח צורה D אפשר לחשב על ידי **פירוק וארגון מחדש** או שאפשר לראות אותו **כחלק "החסר" בצורה C**.

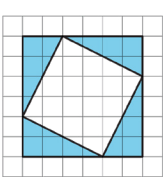
מהלך הפעילות: עבודה בזוגות



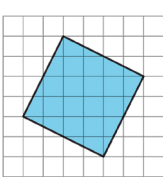
A



B



C



D

מחשבים שטחים על רשת

מצאו את שטחן של כל הצורות הצבועות (ביחידות ריבועיות) מבלי לספור את הריבועים אחד אחד. הסבירו את הדרך בה חישובתם.

פתיחה

- נציג את הפעילות: בפעילות זו תחשבו שטחים של צורות שונות על רשת.
- כדאי להסביר שניתן (לפעמים) לחשב שטח של צורה על רשת באמצעות ספירת המשבצות, אבל בפעילות הזאת אנחנו נשתמש בשיטות יותר מתקדמות. ניתן להדגים על צורה A: נספור עם התלמידים את המשבצות (24 משבצות) ולאחר מכן נבקש מהתלמידים לחשוב על דרכים נוספות לחישוב שטח צורה A.

- עבודה עצמאית:** נקדיש 5 דקות לעבודה עצמאית שקטה.
- עבודה בזוגות:** התלמידים משתפים אחד את השני ברעיונותיהם וחושבים ביחד על ההצעות השונות (5 דקות).
- בזמן שנסתובב בין הקבוצות נבחר תלמידים המשתמשים באסטרטגיות השונות (המתוארות מעלה בפעילות מרכזית א') ולאחר הפעילות נזמין אותם להציג את רעיונותיהם.

דגשים להנחיית העבודה בזוגות

יהיו תלמידים שינסו לחשב את השטח באמצעות ספירת הריבועים (החלקיים והשלמים). נעודד אותם לחשוב על דרך לחישוב השטח באמצעות פירוק והרכבה מחדש.

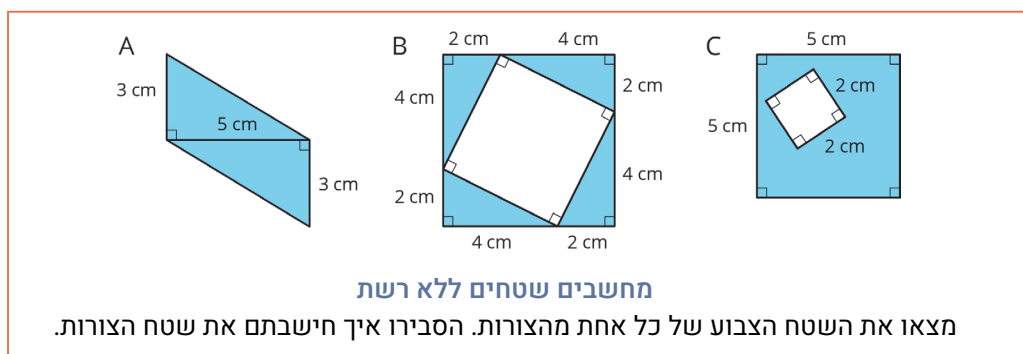
דיון בעקבות הפעילות

- נקרין את הצורות על הלוח (שקף מס' 2: מחשבים שטחים על רשת).
 - התלמידים מציגים את רעיונותיהם. עבור כל צורה (D ו-B, C) נזמין שני תלמידים שהשתמשו באסטרטגיות שונות. כדאי להזמין קודם את התלמיד שהשתמש באסטרטגיה פשוטה יותר ולאחר מכן את התלמיד שהשתמש באסטרטגיה מורכבת יותר. שיטת ההחסרה היא בדרך כלל מאתגרת יותר משיטה של פירוק והרכבה.
 - כדאי לתעד על הלוח איך כל תלמיד חישוב את השטח ולתת שם לאסטרטגיה ("פירוק וארגון מחדש" (B; C); "החסרה" (B); "השלמה והחסרה" (D)).
 - כשתלמיד מסיים לתאר את האסטרטגיה שלו כדאי לשאול את הכיתה: מי עוד פתר בדרך הזו? אם יש אסטרטגיה שאף תלמיד לא השתמש בה, כדאי להציג אותה לכיתה.
- סיכום הפעילות:** נבקש מהתלמידים להשלים את משימת הסיכום (חלק ב'), שבה הם מתבקשים להתייחס לדומה ולשונה בין השיטות ששימשו לחישוב שטחי ארבע הצורות.

פעילות מרכזית ב': מחשבים שטחים ללא רשת (15 דקות)

התלמידים משתמשים באסטרטגיות שלמדו לחישוב שטחי צורות, כשהפעם הצורות לא משורטטות על רשת.

- צורה A: חישוב שטח על ידי פירוק וארגון מחדש ליצירת מלבן
- צורה B: חישוב שטח על ידי פירוק וארגון מחדש ליצירת מלבנים.
- לא ניתן להשתמש בהחסרה (בדומה לצורה C במשימה הקודמת).
- צורה C: חישוב שטח על ידי החסרה.



מהלך הפעילות: עבודה עצמאית

פתיחה

- נציג את הפעילות: בפעילות זו תחשבו שטחים של צורות שונות ללא רקע של משבצות.
- כדאי שהעזרים הגיאומטריים יהיו זמינים לתלמידים.
- נדגיש כי חשוב לציין את יחידות המידה של שטח הצורות.

עבודה עצמאית: נקדיש 5 דקות לעבודה עצמאית של התלמידים.

דגשים להנחיית העבודה העצמאית

- תלמידים עשויים להתקשות בחישוב שטח צורה B ולנסות "לנחש" את אורך צלעות הריבוע הפנימי, כדי להשתמש בשיטת ההחסרה (במקום לארגן מחדש את המשולשים). אפשר להציע להם להשתמש בנייר שקוף או במספרים כדי לנסות לארגן מחדש את הצורות.
- בחישוב שטח הצורות B ו-C תלמידים עשויים לבלבל בין שטח והיקף. כדאי להזכיר להם ששטח מתייחס לכמות הריבועים שמכסים את הצורה.

דיון בעקבות הפעילות

- נקריין על הלוח את שקף מס' 4 (צורות מפעילות א' ו-ב').
- נתייחס ליחידות המידה של שטחי הצורות. אפשר לשאול את הכיתה לגבי הרעיונות השונים שהם העלו. נזכיר לתלמידים שאם אורך צלע נתון ביחידות מסוימות (למשל, סנטימטרים) אז השטח יהיה באותן יחידות ריבועיות (במקרה שלנו סנטימטר רבוע (סמ"ר)).
- לאורך הדיון כדאי להכליל ולשיים את האסטרטגיות. נזהה ביחד עם התלמידים אילו אסטרטגיות שימשו אותנו בשתי הפעילויות. אפשר לשאול את התלמידים: איזה שיטות לחישוב שטח היו זהות בפעילות הזאת ובפעילות הקודמת?
- נזמין תלמידים להציג את דרכי הפתרון שלהם. נעודד אותם להתייחס ולהסביר את הדמיון בין שיטות חישוב השטח בשתי המשימות (למשל: בשתי הפעילויות פירקנו את הצורה למשולשים ובנינו מהם מלבנים). נדגיש שאפשר להשתמש בשיטות זהות לחישוב שטחים כשצורות משורטטות על רשת וגם כשהן לא.

סיכום השיעור

זיהינו שיטות שונות למציאת שטח, ויישמנו אותן בחישוב שטחי צורות שונות על רשת ובלי רשת. נציג את השיטות ונבקש מהתלמידים לחזור למשימות ולמצוא באיזו שיטה השתמשנו לחישוב כל אחת מהצורות.

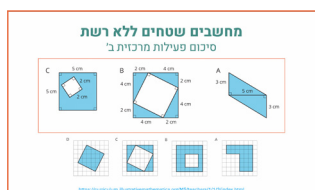
השיטות:

- פירוק הצורה למצולעים שאנחנו יודעים לחשב את השטח שלהם.
- פירוק והרכבת צורה חדשה שאנחנו יודעים לחשב את שטחה.
- זיהוי הצורה כצורה עם חלק "חסר" והחסרת שטח החלק החסר משטח הצורה הגדולה.

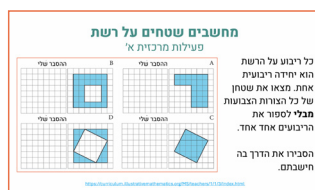
שקפים למורה

קישור למצגת: <https://tinyurl.com/fz42dh3t>
המצגת כוללת את השקפים הבאים:

(3) שקף מס' 3:
המשימות משתי הפעילויות



(2) שקף מס' 2:
מחשבים שטחים על רשת



(1) שקף מס' 1:
משושים בין שטחים



⊕ הצעות לשינויים והרחבות

פעילות מרכזית ב' היא הזדמנות טובה לעבוד ביחד על השימוש בשפה מתמטית בכתב ובעל פה. למשל, ניתן להתנסות בפעילות שנקראת "משווים ומשפרים" (להרחבה על פעילות זו ועל פעילויות נוספות לקידום השיח המתמטי, ראו פרק "פרקטיקות מקדמות שוויון").

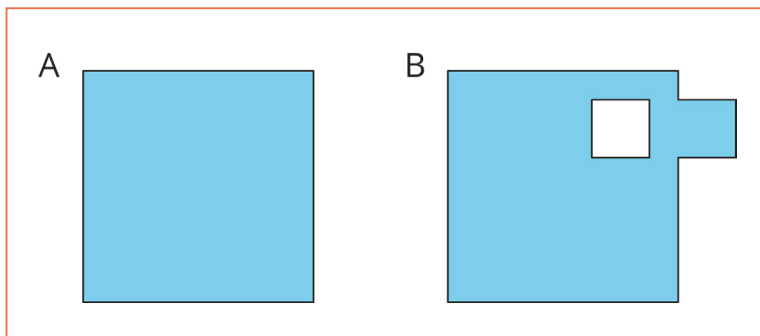
- נבחר צורה אחת שהתלמידים מצאו דרכים מגוונות לפתור.
- נבקש מכל תלמיד להכין הסבר חזותי – פוסטר המשקף את דרך הפתרון שלהם. הפוסטר צריך לכלול את: (א) תרשים הצורה; (ב) הסבר חזותי לאופן שבו התלמידים חישבו את השטח; (ג) שם לאסטרטגיה שהשתמשו בה.
- נחלק את התלמידים לקבוצות של ארבעה.
- נזמין אותם להעביר ביניהם את הפוסטרים (בסבב) ולנסות להבין את דרך הפתרון שמוצגת בפוסטרים של חבריהם (מבלי להגיב או לשאול). לאחר דקה הפוסטרים יועברו בין התלמידים הלאה בסבב. נקדיש שתי דקות לעבודה עצמאית של התלמידים ובה יערכו שינויים בפוסטר, בעקבות מה שראו בפוסטרים השונים בסבב. התלמידים מתבקשים להוסיף להסבר החזותי שלהם משהו שיכול לעזור להבין אותו טוב יותר.
- בסיום הפעילות אפשר להזמין כשלושה תלמידים לשחק את הכיתה במה שהם שינו בפוסטר בעקבות הפעילות.

לתלמידים: דף עבודה

מפתחים שיטות לחישוב שטחים

משימה מס' 1: משווים בין שטחים

האם השטח של צורה A גדול יותר, קטן יותר או שווה לשטח של צורה B? הסבירו או הראו מדוע אתם חושבים כך. ניתן להיעזר בנייר שקוף, סרגל, צבעים, מספריים על מנת להוכיח את הטענה שלכם.



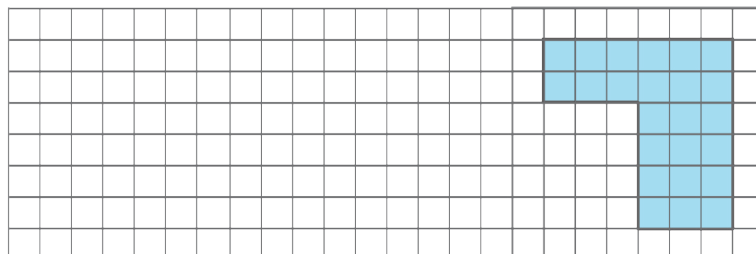
התשובה שלי...

דרך החשיבה שלי

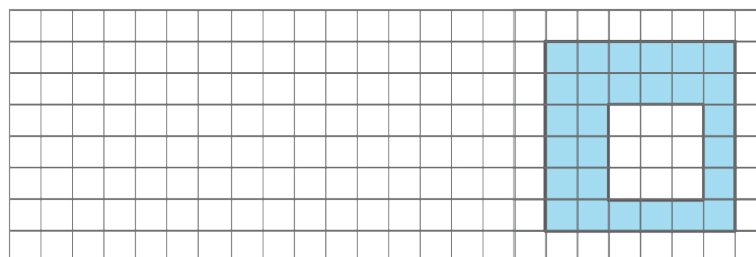
משימה מס' 2: מחשבים שטחים על רשת

כל ריבוע על הרשת הוא יחידה ריבועית אחת.
מצאו את שטחן של כל הצורות הצבועות (ביחידות ריבועיות) מבלי לספור את הריבועים אחד אחד. הסבירו את הדרך בה חישבתם.

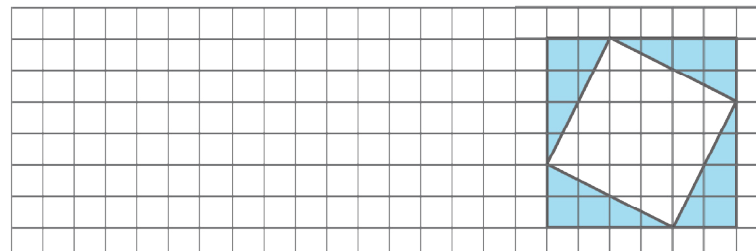
A ההסבר שלי



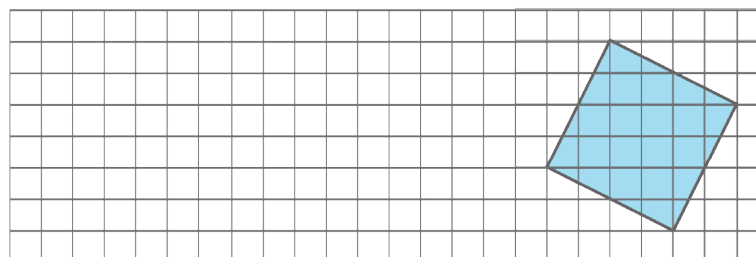
B ההסבר שלי



C ההסבר שלי



D ההסבר שלי



סיכום

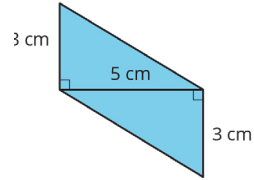
(1) השיטות למציאת השטח של צורה __ וצורה __ הן דומות כי...

(2) השיטות למציאת השטח של צורה __ וצורה __ הן שונות כי...

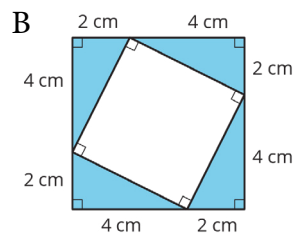
משימה מס' 3: מחשבים שטחים של צורות ללא רשת

מצאו את השטח הצבוע של כל אחת מהצורות. הסבירו איך חישבתם את שטחן.

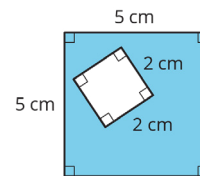
A שטח צורה A: _____ יחידת מידה: _____
ההסבר שלי...



B שטח צורה B: _____ יחידת מידה: _____
ההסבר שלי...



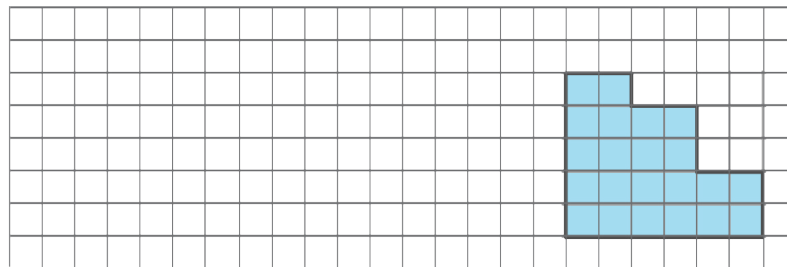
C שטח צורה C: _____ יחידת מידה: _____
ההסבר שלי...



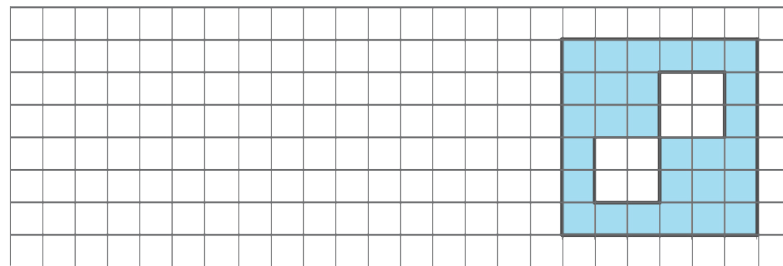
לתלמידים: דף תרגול חישוב שטחים של מצולעים

1) חשבו את השטח של כל חלק צבוע (מבלי לספור את הריבועים אחד אחד).
הסבירו איך חישובתם את השטח.

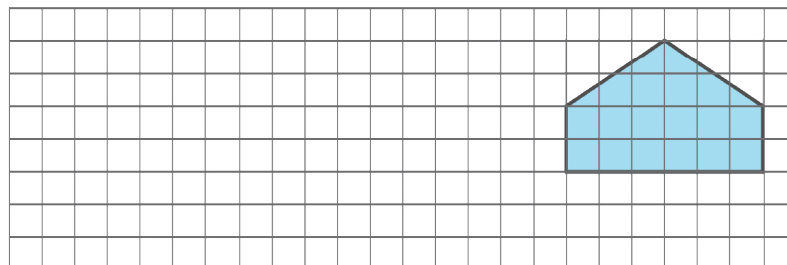
A ההסבר שלי



B ההסבר שלי

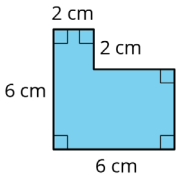


C ההסבר שלי

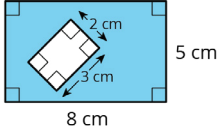


2) חשבו את השטח של הצורה הצבועה (צורות A-D). הסבירו איך חיבתם את השטח.

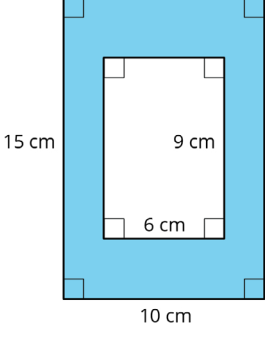
A שטח צורה A: _____ יחידת מידה: _____
ההסבר שלי... _____



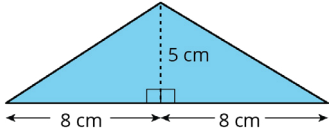
B שטח צורה B: _____ יחידת מידה: _____
ההסבר שלי... _____



C שטח צורה C: _____ יחידת מידה: _____
ההסבר שלי... _____

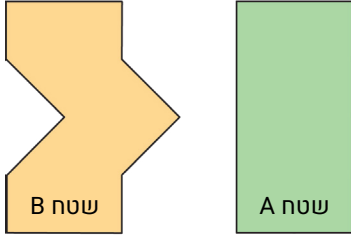


D שטח צורה D: _____ יחידת מידה: _____
ההסבר שלי... _____



3) לשני שטחי קרקע יש צורות שונות. נועה טוענת שלשני שטחי הקרקע יש את אותו השטח. האם נועה צודקת? הסבירו מדוע אתם חושבים ככה.

התשובה שלי...
דרך החשיבה שלי



מהו שטח פנים?

עיבוד לפעילות: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 12
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/12/index.html>

רציונל השיעור

מהלך ומיקום בתוך תוכנית הלימודים

בשיעור נלמד על שטח פנים. התלמידים משתמשים בידע שלהם על חישובי שטחים של מלבנים כדי לחשב שטחי פנים של תיבות. כדאי לשלב את השיעור כפתיחה להוראת שטח פנים של תיבה, לפני למידה פורמלית על חישוב שטח פנים ופריסה של תיבה. בתחילת השיעור התלמידים חוקרים שטח פנים באמצעות התבוננות על ייצוג ממשי. אנו מבקשים מהם לחשב את כמות הפיתקיות הדביקות שיידרשו כדי לכסות ארונית. התלמידים לא נחשפים מראש לשיטה לחישוב שטח הפנים, אלא חוקרים ומפתחים את השיטה בעצמם. בהמשך השיעור הם נחשפים להגדרה של שטח פנים, ואז משתמשים בקוביות כדי לבנות תיבות ולחשב את שטחן. מטרת השיעור היא לבסס את הבנת התלמידים ביחס לרעיון של "שטח פנים" של צורה תלת מימדית.

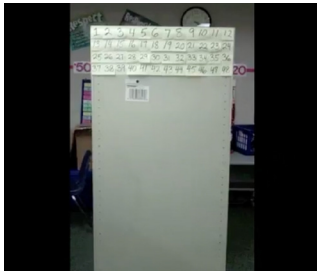
השיעור בקצרה

הפעילות	עזרים
פעילות פתיחה: מכסים את הארונית – אומדים (5 דקות) עבודה בזוגות התלמידים צופים בסרטון שבו אדם "מכסה" ארונית בפיתקיות דביקות. הם משתפים למה שמו לב בסרטון ואומדים את כמות הפיתקיות שלדעתם יהיה בה צורך, כדי לכסות את כל הארונית (למעט התחתית).	  • שקף מס' 1: סרטון כיסוי הארונית (חלק א') • שקף מס' 2: מכסים את הארונית בפיתקיות
פעילות מרכזית א': מכסים את הארונית – מחשבים (20 דקות) עבודה בקבוצות התלמידים חושבים יחד איך יוכלו לחשב באופן מדויק את כמות הפיתקיות הדרושות לכיסוי הארונית ומה המידע שהם זקוקים לו לחישוב. לאחר מכן הם מקבלים את המידע (מי דות הארונית לפי כמות של פיתקיות) ועובדים בקבוצות כדי לחשב את כמות הפיתקיות הדרושה לכיסוי הארונית. בדיון נזמין תלמידים להציג את דרכי הפתרון, ולאחר מכן נצפה בסרטון שבו מוצגת כמות הפיתקיות הנדרשת לכיסוי המלא של הארונית. בסיום הפעילות נחבר את התלמידים למושג שטח פנים ונגדיר אותו.	• דף עבודה לתלמידים • תיבות פיזיות (למשל, קופסאות נעליים, קופסת קורנפלקס). • סרטון ובו מוצגת כמות הפיתקיות הדרושות לכיסוי הארונית (שקף מס' 4) 
פעילות מרכזית ב': מחשבים שטח פנים של תיבה (10 דק') עבודה עצמאית נתבונן בשרטוט של תיבה. נייעזר בקוביות או מגנטים ונחשב מה שטח הפנים של התיבה.	• שקף מס' 5: תרשים התיבה • משימה מס' 3 בדף העבודה • 12 קוביות עץ לכל תלמיד ו/או מספר סטים של כ-35 מגנטים ריבועיים
סיכום ותרגול (10 דק')	• דף תרגול לתלמידים



פעילות פתיחה: מכסים את הארונית – אומדים (5 דקות)

התלמידים צופים בסרטון שבו אדם מכסה ארונית בפתקיות דביקות. בסרטון אנו לא רואים את כיסוי הארונית במלואה, מה שמעלה את השאלה: כמה פתקיות נדרשות כדי לכסות את כל הארונית? לאחר הצפייה בסרטון התלמידים משתפים בדבר מה ששמו לב אליו או שאלה, ובהמשך מעריכים כמה פתקיות ידרשו כדי לכסות את הארונית כולה.



סרטון: כיסוי הארונית
קישור לסרטון: <https://player.vimeo.com/video/304136534>

מהלך הפעילות: עבודה בזוגות

- נחלק את הכיתה לזוגות.
- לפני שנציג את הסרטון נבקש מהתלמידים לכתוב לעצמם דבר מה ששמו לב אליו או שאלה שמתעוררת אצלם מהצפייה בסרטון (תוכלו לקרוא על היתרונות של פעילות מסוג "למה אתם שמים לב? איזה שאלה מתעוררת אצלכם?" בפרק: מיני-פרקטיות מקדמות שוויון).
- נציג את הסרטון.
- ניתן לתלמידים לשתף את עמיתיהם במה ששמו לב אליו בזמן הצפייה בסרטון.
- נבקש ממספר תלמידים לשתף את הכיתה בשאלותיהם.
- נשאל: "כמה פתקיות להערכתכם האיש יצטרך בשביל לכסות את כל הארונית, לא כולל התחתית שלה?" ניתן לתלמידים דקה לאמוד את מספר הפתקיות שיידרשו.
- נאסוף את הערכות התלמידים ונכתוב אותן על הלוח. נציין כי עכשיו נחשוב יותר לעומק על השאלה הזאת.

פעילות מרכזית א': מכסים את הארונית – מחשבים (20 דקות)

בשלב זה התלמידים מפתחים שיטות לחישוב כמות הפתקיות בצורה מדויקת יותר מהאומדן ואז מחשבים את כמות הפתקיות הפעילות מאפשרת לתלמידים להשתמש בידע שלהם על חישובי שטחים של מלבנים כדי למצוא את שטח הפנים של התיבה.

שקף מס' 2: מכסים את הארונית – מחשבים

- איך ניתן למצוא את כמות הפתקיות הנדרשת לכיסוי כל הארונית (לא כולל התחתית שלה)?
- איזה מידע נדרש כדי לחשב את כמות הפתקיות שנדרשת לכיסוי כל הארונית (לא כולל התחתית)?



חלק א': מה המידע הדרוש לחישוב כמות הפתקיות

מהלך הפעילות: עבודה בקבוצות

פתיחה:

- נחלק את הכיתה לקבוצות של 2-4 תלמידים
- נציג את שקף מס' 2: מכסים את הארונית, ונפנה את התלמידים אל דף העבודה.
- נשאל את התלמידים: איזה מידע נדרש כדי לחשב את כמות הפתקיות שנדרשת לכיסוי כל הארונית (לא כולל התחתית)?

עבודה עצמאית: נקדיש כשתי דקות לחשיבה שקטה ועצמאית של התלמידים.

עבודה בקבוצות: נבקש מהתלמידים לשתף את החברים לקבוצה ברעיונות שלהם (כשלוש דקות).

במליאה: מספר תלמידים משתפים ברעיונותיהם. בשלב זה נכתוב על הלוח את המידע שהתלמידים זקוקים לו ונספק להם תשובות, אם המידע בידינו.

בשלב זה לא נשתף במידע שהם לא ביקשו, ולא נעריך את סוג המידע שהם מחפשים.

דגשים להובלת הדיון במליאה

- יהיו תלמידים שיבקשו לדעת מה מידות הארונית ב"יחידות" של פתקיות. נכתוב על הלוח שמידות הארונית הן 24 על 12 על 6 פתקיות. נבקש מאחד התלמידים להסביר על גבי תמונת הארונית שבשקף.
- יהיו תלמידים שיבקשו את מידות הארונית בסנטימטרים. נאמר לתלמידים שאין לנו את המידע הזה ונעודד אותם לחשוב על סוג מידע אחר שאולי יעזור להם.
- יהיו תלמידים שיבקשו את מידות הפתקית. אפשר לומר להם שגודל הפתקית הוא 5'5 ס"מ. למעשה, אין צורך במידע הזה כדי לחשב את כמות הפתקיות הדרושה לכיסוי הארונית. אולם, אחת המיומנויות החשובות בפתרון בעיות מתמטיות מחיי היומיום היא להבין איזה מידע רלוונטי ואיזה לא.
- במידה ואף קבוצה לא תבקש את מידות הארונית בפתקיות, ניתן לתלמידים להתחיל לעבוד על משימה מס' 2 ונספק את המידע בהמשך.

חלק ב': משתמשים במידע לחישוב שטח הפנים

מהלך הפעילות: עבודה בקבוצות

פתיחה: נפנה את התלמידים למשימה מס' 2 בדף העבודה (מופיעה גם בשקף מס' 3).

עבודה בקבוצות: ניתן לתלמידים כ-10 דקות לעבודה בקבוצות.

כדאי להניח בכיתה מספר תיבות (קופסאות נעליים, קורנפלקס וכדומה) ולהציע לתלמידים להיעזר בהן כדי להסביר אחד לשני את רעיונותיהם.

שקף מס' 3: מכסים את הארונית בפתקיות

השתמשו במידע שקיבלתם כדי למצוא את כמות הפתקיות שתכסה את הארונית (ללא התחתית). הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

מכסים את הארונית בפתקיות



השתמשו במידע שקיבלתם כדי למצוא את כמות הפתקיות שתכסה את הארונית (ללא התחתית). הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

דגשים להנחיית העבודה בקבוצות

- נסתובב בין הקבוצות ונזהה שיטות שונות של התלמידים לחישוב כמות הפתקיות הדרושה לכיסוי הארונית.
- אם את מוצאת תלמידים שקשה להם לתקשר זה לזה את רעיונותיהם, אפשר להציע להסביר את אותם בעזרת הקופסאות עצמן.
- תלמידים עשויים להתייחס לכל צידי הארונית כאילו היו מלבנים חופפים (כלומר, למצוא את שטח הדלת הקדמית של הארונית ולהכפילו ב-5). אפשר להציג בפני התלמידים את אחת הקופסאות המייצגת תיבה (קופסאות נעליים, קופסאות קורנפלקס) ולשאול אותם אילו צדדים הם בדיוק זהים.
- שימי לב שדף העבודה כולל גם משימת אתגר. ניתן לבחור אם להפנות את כל התלמידים למשימת האתגר, או להפנות אליה רק תלמידים שסיימו מוקדם את המשימה המרכזית.

דיון בעקבות הפעילות

- נבקש מנציגים מכל קבוצה להציג על הלוח את שיטות החישוב שפיתחו. קיימות שתי שיטות מרכזיות:
 - (1) חישוב שטח כל פאה (בפתקיות) וחיבור השטחים של 5 הפאות.
 - (2) הבנה כי יש שני זוגות של פאות הזהות בשטחן, חישוב שטח הפאות האלה והכפלתו ב-2.
- לאחר שכל קבוצה הציגה את השיטה, נשאל מי השתמש באותה שיטה ומי קיבל את אותה התוצאה.
- נציג את הסרטון שמתגלה בו כמות הפתקיות שנדרשו לכיסוי הארונית (ראו בשקף מס' 3). זהו הסרטון האחרון בעמוד: <https://estimation180.com/filecabinet>
- כמות הפתקיות הנדרשת לכיסוי הארונית על פי הסרטון היא 935, כיוון שהאיש שהדביק את הפתקיות השאיר "חורים" לידידות בגודל של פתקית אחת.
- נשאל האם יש תלמידים שקיבלו תוצאה שונה, ונחשוב ביחד מה יכולה להיות הסיבה להבדלים בין התוצאות. למשל, טעות חישוב; לא חישובנו בטעות שטח של פאה מסוימת; לא לקחנו בחשבון את המקום לידידות.

סיכום הפעילות: הגדרת המושג שטח פנים

- הפעילות עסקה בשטח הפנים של הארונית.
- הצדדים של צורה תלת מימדית נקראים פאות.
- שטח פנים הוא סכום השטחים של כל הפאות של צורה תלת מימדית.
- שטח הפנים של תיבה הוא סכום שש הפאות שלה. (בבעיה שפתרנו עכשיו לא כללנו את הפאה של התחתית).

פעילות מרכזית ב': מחשבים שטח פנים של תיבה מאויירת (10 דקות)

בפעילות זו נחשב שטח פנים של תיבה המוצגת בשרטוט, בשונה מהמשימה הקודמת בה חישובנו שטח פנים של תיבה מוחשית. נפענח יחד עם התלמידים את האופן שבו "מתרגמים" צורה תלת-מימדית לשרטוט דו-מימדי. נציע להם להיעזר במגנטים או קוביות כדי להבין את השרטוט ולחשב את שטח הפנים של התיבה.

מהלך הפעילות: עבודה עצמאית

פתיחה

- נציג את שקף מס' 5 (שרטוט התיבה).
- נדגיש שלתיבה יש שש פאות, אף על פי שבשרטוט אנו רואים רק שלוש מהן.
- נחלק לתלמידים 12 קוביות עץ קטנות ונבקש מהם לבנות את התיבה שהם רואים בשקף, ולחשב את שטח הפנים שלה (משימה מס' 3 בדף העבודה). לחילופין, אם יש ברשותן סטים של מגנטים ריבועיים ניתן להניח על מספר שולחנות סט של כ-35 מגנטים ולהציע לתלמידים לבנות את התיבה ממגנטים, ולחשב את שטח הפנים שלה.

עבודה עצמאית: התלמידים מבצעים את המשימה באופן עצמאי. ניתן למשימה כחמש דקות.

סיכום במליאה: נבקש משני תלמידים להסביר את האופן שבו חישובנו את שטח הפנים של התיבה.

נשתמש בהסברים של התלמידים כדי להעביר את הרעיונות הבאים:

- בשיעור מצאנו שטח פנים של ארונית ושל תיבה שבינינו מקוביות.
- גילינו שכל פאה של התיבה היא למעשה מלבן.
- ניתן לחשב את שטחי המלבנים ע"י הכפלת אורכי הצלעות זו בזו.
- אם נסכום את השטחים של כל הפאות נקבל את שטח הפנים.
- צריך לסכום את שטחי כל הפאות, גם את אלה שאנו לא רואים בשרטוט דו-מימדי.



שקפים למורה

קישור למצגת: <https://tinyurl.com/5eabm7eh>

המצגת כוללת את השקפים הבאים:

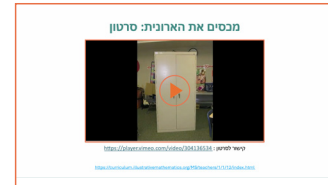
(3) שקף מס' 3: מכסים את הארונות בפתקיות (המשך)



(2) שקף מס' 2: מכסים את הארונות בפתקיות



(1) שקף מס' 1: מכסים את הארונות – סרטון



(5) שקף מס' 5: מחשבים שטח פנים של תיבה מאויירת



(4) שקף מס' 4: סרטון: בכמה פתקיות השתמשו בפועל לכיסוי הארונות?



⊕ הצעות לשינויים והרחבות

בסיום פעילות מרכזית ב' אפשר להציע לתלמידים לבנות תיבה נוספת מהקוביות או מהמגנטים, לצייר אותה על נייר משבצות ולחשב את שטח הפנים שלה. אפשר גם להציע להם להסתובב בכיתה, למצוא תלמיד שבנה תיבה שונה משלהם ולהסביר להם למה את האופן שבו חישוב את שטח התיבה.

שער שני: הצעות לשיעורים ופעילויות | מתמטיקה מקדמת שוויון

משימה מס' 2: מכסים את הארונית בפתקיות



השתמשו במידע שקיבלתם כדי למצוא את כמות הפתקיות שתכסה את הארונית (ללא התחתית). הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

מקום לחשוב יחד ולקשקש

[illegible]

דרך החשיבה שלנו וכמות הפתקיות שתכסה את הארונית

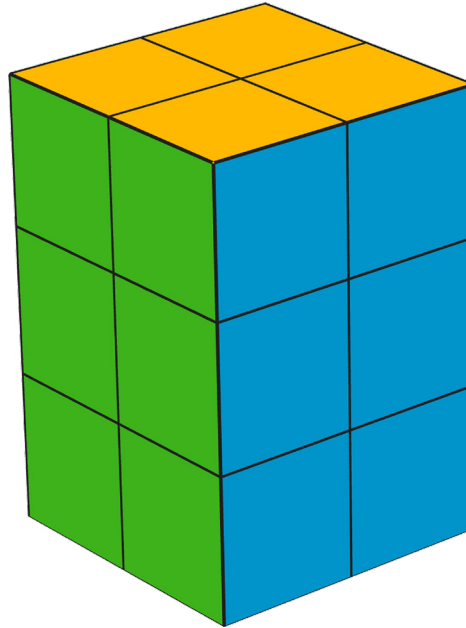
משימת אתגר

- כמה פתקיות נצטרך כדי לכסות את הצדדים החשופים של שתי ארונות שהצמידו אותן אחת לשנייה, כולל התחתית שלהן?
- כמה פתקיות נצטרך כדי לכסות את הצדדים החשופים של שלוש ארונות? ו-20 ארונות?
- האם זה משנה איך נצמיד את הארונות?

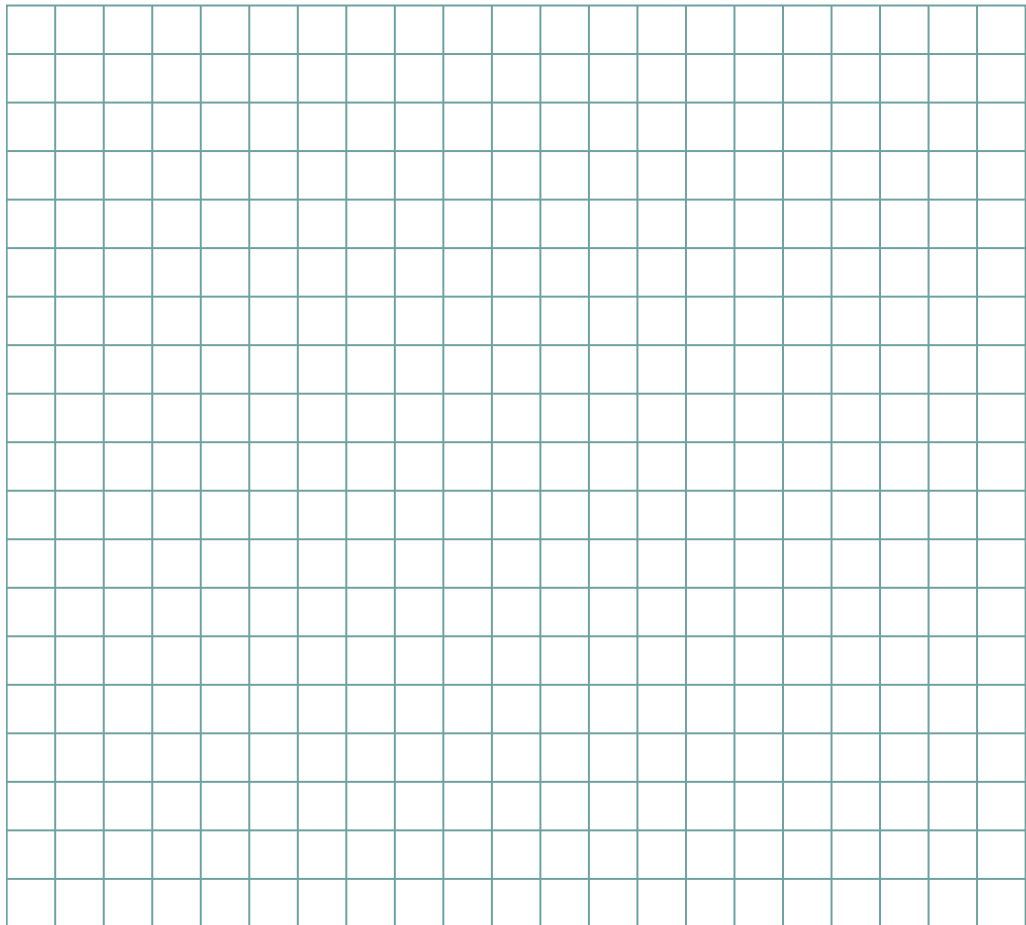
דרך החשיבה שלי

עיבוד מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 12
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/12/index.html>

משימה מס' 3: מחשבים שטח פנים של תיבה



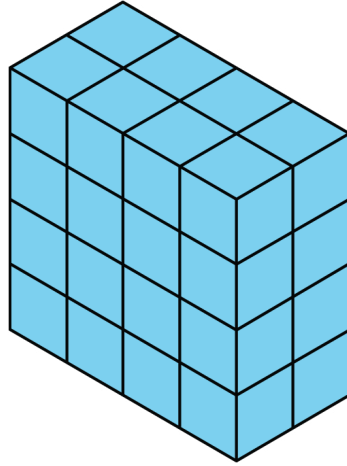
חישוב שטח הפנים של התיבה



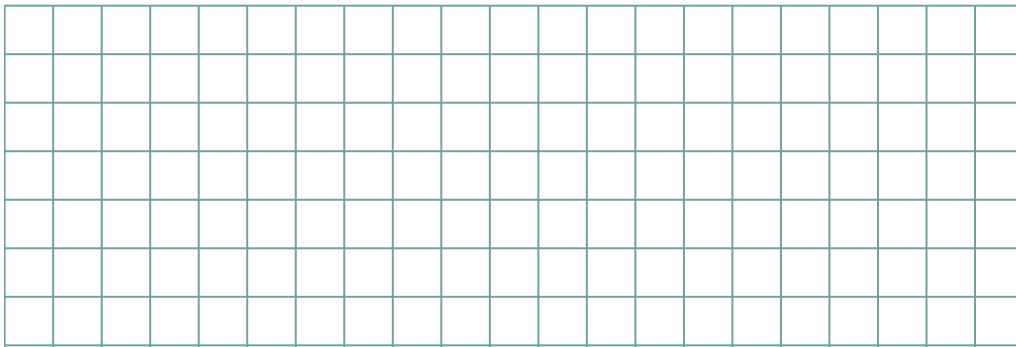
עיבוד מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 12
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/12/index.html>

לתלמידים: דף תרגול

(1) מהו שטח הפנים של התיבה שלפניכם? הסבירו את דרך החשיבה שלכם.



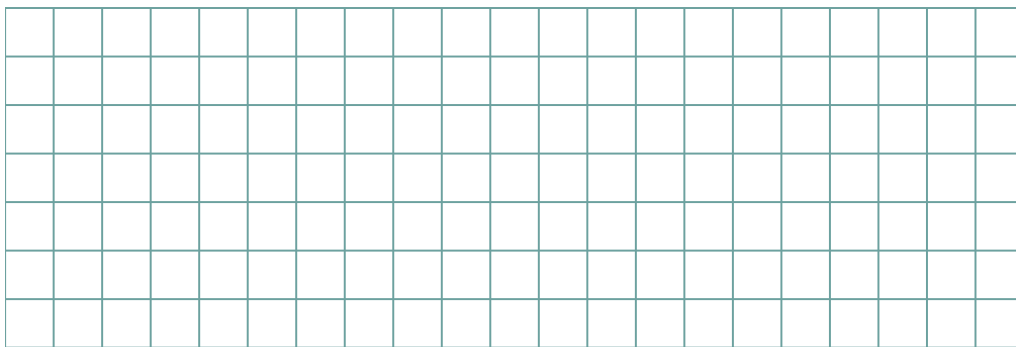
דרך החשיבה שלי



שטח הפנים של התיבה הוא ____ יחידות ריבועיות

(2) גובהה של תיבה הוא 4 יחידות, רוחבה הוא 2 יחידות ואורכה הוא 6 יחידות. מהו שטח הפנים של התיבה ביחידות ריבועיות? הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

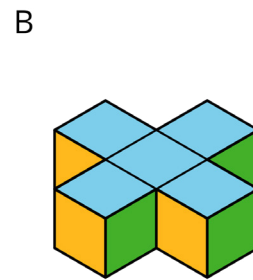
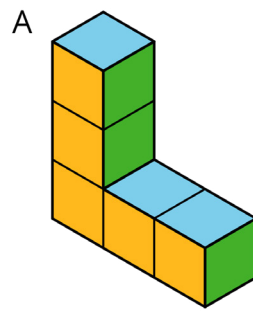
דרך החשיבה שלי



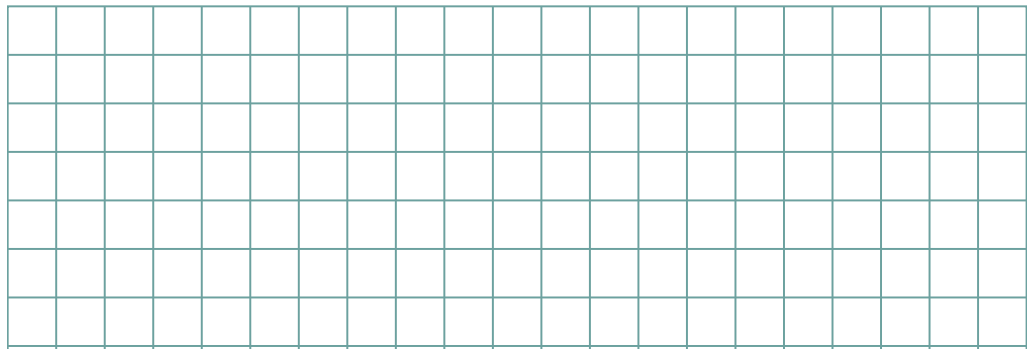
שטח הפנים של התיבה הוא ____ יחידות ריבועיות

עיבוד מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 1, lesson 12
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/1/12/index.html>

3) לאיזו צורה יש שטח פנים גדול יותר? הסבירו את דרך החשיבה שלכם.



דרך החשיבה שלי



מייצגים משוואות עם תרשימי סרטים

עיבוד לפעילות: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 6, lesson 1
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/6/1/index.html>

שיעור זה עובד במסגרת מהלך "מתמטיקה מקדמת שוויון"
בשותפות בין רשת ברנקו וייס, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, מכון ויצמן למדע
והמרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה.

רציונל השיעור

מיקום בתוך תוכנית הלימודים ומטרות מתמטיות

זהו שיעור ראשון בסדרת שיעורים המוצגים באסופה זו, ועוסקים בדרכי ייצוג של משוואות מסוג: $ax+b=c$ (ייצוג המשוואה באמצעות: תרשימי סרטים (הפעילות הנוכחית), סיטואציות מחיי היומיום (פעילות "סיפורים ומשוואות"), תרשים של מתלה (פעילות "מייצגים משוואות עם תרשימי מתלים")). להיכרות עם דרכי ייצוג שונות של משוואות יש חשיבות רבה, כיוון שהייצוגים הם כלים לחשיבה על משוואות, להבנת המשמעות שלהן ולקשירת המשוואות לידע קודם. בשיעור זה התלמידים לומדים לייצג משוואות מהסוג $x+b=c$ ו- $ax=b$ באמצעות תרשימי סרטים ולמצוא את פתרון המשוואה באמצעות תרשים מסוג זה. השיעור בנוי על מעבר הדרגתי בין ייצוג תרגילים או משוואות ללא משתנים באמצעות תרשימי סרטים לייצוג של משוואות עם נעלמים. המעבר ההדרגתי מאפשר לכלל התלמידים להשתמש בידע קודם בחשיבה על משוואות. בנוסף, אחת התובנות המרכזיות מהשיעור היא שהמשוואות $x+b=c$ ו- $c-b=ax$ (למשל: $5x+3=18$ ו- $5x=18-3$) מייצגות את אותו תרשים סרט ולכן הן שוות ערך. תובנה זו היא בסיס להבנת רעיון העברת אגפים בפתרון משוואות.

אפשרויות לשילוב השיעור בתהליכי למידה נרחבים

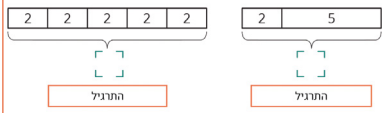
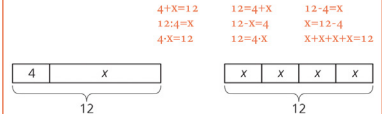
אפשרות א': ניתן לשלב שיעור זה כשיעור פתיחה לתחום החשיבה האלגברית (טרם הוראת ביטויים אלגבריים), כדי להנגיש לכלל התלמידים את המושג "נעלם" ולקשר לידע קודם בנושא פתרון משוואות פשוטות.

אפשרות ב': אפשר לשלב את השיעור כפתיחה לנושא של הוראת משוואות ממעלה ראשונה מהסוג $ax+b=c$.

דגשים מרכזיים מתוך תוכנית הלימודים

תוכנית הלימודים מעודדת לחשוף את התלמידים לדרכי פתרון מגוונות למשוואות מסוג $ax+b=c$. השיעור חושף בפני התלמידים ייצוג חזותי שיכול לתמוך בפתרון משוואות כאלה.

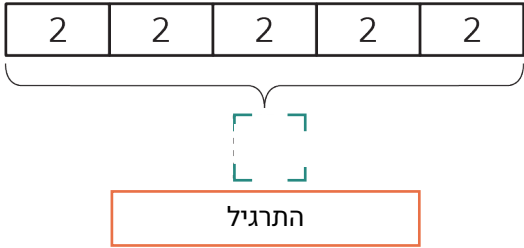
השיעור בקצרה

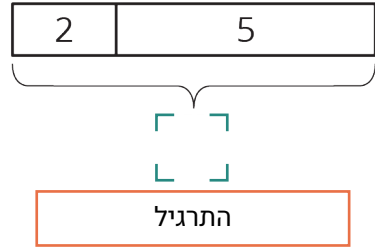
עזרים	הפעילות
 - דף עבודה מלווה לשיעור (משימה מס' 1) - שקף מס' 1: מה התרשים המתאים? - התאימו בין המשוואות $5+2=7$ ו-$5 \cdot 2=10$ לתרשימים והשלימו מהו אורך תרשים הסרט.	פעילות פתיחה: מה התרשים המתאים? (15 דקות) עבודה עצמאית נציג לתלמידים ייצוג של משוואה ללא נעלמים באמצעות תרשים סרט. התלמידים מתבקשים להתאים בין משוואות לתרשימים. המשימה מעודדת את התלמידים להבין את תרשים הסרט על סמך ידע קודם שיש להם. בדיון נזמין את התלמידים לכתוב משוואה אחרת לתרשים ב', הכוללת את פעולת החיסור. נחשוב באיזה אופן גם משוואה כמו $5=7-2$ מייצגת את התרשים.
 - דף עבודה מלווה לשיעור (משימה מס' 2) - שקף מס' 2: מתאימים בין משוואות לתרשימי סרטים - התאימו כל אחת מהמשוואות לתרשים המתאים.	פעילות מרכזית א': מתאימים בין משוואות לתרשימי סרטים (20 דקות) עבודה בזוגות התלמידים מקבלים אוסף של משוואות עם נעלמים. המשוואות כוללות כפל, חיבור, חיסור וחילוק. התלמידים מתבקשים להתאים כל אחת מהמשוואות לאחד משני תרשימים. בדיון התלמידים מסבירים איך הם חשבו על הקשר בין המשוואות לתרשימים.
- דף עבודה מלווה לשיעור (משימה מס' 3) - שקף מס' 3: דף עבודה לתלמיד - ההנחיה: עבור כל אחת מהמשוואות, שרטטו תרשים סרט ומצאו את ערך הנעלם. $18=3+X$ $18=3 \cdot Y$	פעילות מרכזית ב': מציירים תרשימי סרטים עבור משוואות (10 דק') עבודה עצמאית התלמידים מציירים תרשימי סרטים עבור משוואות ומוצאים את פתרון המשוואה (ערך ה-X) באמצעות התרשים או המשוואה.
סיכום ותרגול (20 דק')	

מהלך השיעור

פעילות פתיחה: מה התרשים המתאים? (15 דקות)

מטרת הפעילות: היכרות עם תרשימי סרטים לייצוג פעולות כפל וחילוק.





מה התרשים המתאים?

התאימו בין המשוואות $5+2=7$ ו- $5 \cdot 2=10$ לתרשימים והשלימו מהו אורך תרשים הסרט (בריבוע הריק).

מהלך הפעילות: עבודה עצמאית

- עבודה עצמאית:** נבקש מהתלמידים לעבוד באופן עצמאי על המשימה במשך כ-5 דקות.
- במליאה:** נזמין תלמיד/ה לשתף את התשובות ואת תהליך החשיבה שלו/ה בכל סעיף.
- נמקד את הדיון באופן שבו הפעולות והמספרים מיוצגים בתרשימים.
- אפשר לשאול את התלמידים שמציגים את התשובות, שאלות כמו:
- עבור התרשים המייצג $5 \cdot 2 = 10$: איפה רואים את ה-5 בתרשים? (תשובה: יש 5 קופסאות של 2).
 - עבור התרשים המייצג $5 \cdot 2 = 10$: איך מצאתם את האורך? איזה תרגיל עשיתם? (תשובות אפשריות: $2+2+2+2+2$ או $5 \cdot 2$).
 - איך ידעתם כיצד לצייר את התרשימים של $3 \cdot 4 = 12$ ו- $4 = 3$? איך חשבתם על זה?
 - האם משהו ייצג בדרך אחרת את $3 \cdot 4 = 12$ (אפשר לייצג את התרגיל כ-4 קופסאות באורך 3 וגם כ-3 קופסאות באורך 4).

בסיום הדיון כדאי לשאול את הכיתה שאלה כהכנה לפעילות המרכזית: האם אפשר לכתוב משוואה אחרת לתרשים א' (המייצג את $7 = 5 + 2$)? ומשוואה שתכלול את פעולת החיסור? ניתן לתלמידים דקה כדי ליצור משוואה כזאת. נבקש מהתלמידים להציג משוואות שונות ולהסביר איך המשוואות מתאימות לחלקים השונים של התרשים. התרשים יכול לייצג את המשוואות הבאות: $7 - 2 = 5$ ו- $7 - 5 = 2$. ניתן לכתוב את המשוואות האלה גם כ: $5 = 7 - 2$ ו- $2 = 7 - 5$.

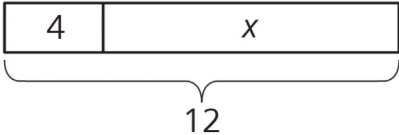
פעילות מרכזית א': מתאימים בין משוואות לתרשימי סרטים (20 דקות)

מטרת הפעילות: בפעילות זו התלמידים מתבססים על מה שלמדו בפעילות הפתיחה כדי להתאים בין משוואות שונות עם נעלמים לשני תרשימי סרטים.

מתאימים בין משוואות לתרשימי סרטים

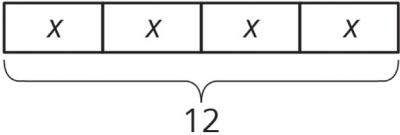
התאימו כל אחת מהמשוואות לתרשים המתאים.

$4 + x = 12$	$12 = 4 + x$	$12 - 4 = x$
$12 : 4 = x$	$12 - x = 4$	$x = 12 - 4$
$4 \cdot x = 12$	$12 = 4 \cdot x$	$x + x + x + x = 12$



12

המשוואות המתאימות



12

המשוואות המתאימות

מהלך הפעילות: עבודה בזוגות

אם בחרת ללמד את השיעור כפתיחה לנושא האלגברה, ייתכן ולתלמידים אין ניסיון רב עם אותיות (נעלמים) במשוואות. נסביר לתלמידים שה- x מייצג מספר מסוים.

עבודה עצמאית: ניתן 5 דקות לחשיבה עצמאית על המשימה. יהיו תלמידים שינסו קודם כל לחשב את ערך ה- x בכל תרשים (8 בתרשים א' ו-3 בתרשים ב'), לפני שיחשבו על התאמת המשוואות לתרשימים. זו דרך לגיטימית לחשוב על המשוואות.

עבודה בזוגות: התלמידים משתפים ומתלבטים עם בני הזוג בנוגע להתאמת המשוואות לתרשימים.

עבודה במליאה: אפשר להתחיל ולשאול:

- איך ידעתם אם התרשים מייצג כפל או חיבור?
- ברגע שהייתם בטוחים לגבי משוואה שמתאימה לתרשים, איך מצאתם משוואות נוספות? איך חשבתם על זה? נזמין תלמידים להסביר את דרך החשיבה שלהם.
- בנוגע לכל משוואה נוספת שתלמידים משייכים לתרשים: מה דומה ושונה בין המשוואות? כדאי שהדיון, המבוסס על תהליכי החשיבה שמבטאים התלמידים, יוביל לתובנות הבאות:
- אפשר לבטא יחסים של כפל באמצעות פעולות חילוק ויחסים של חיבור באמצעות פעולות חיסור.
- האופן שבו מאורגנים הביטויים סביב סימן השוויון לא משנה את המשוואה למשל $4+x=12$ זהה ל: $4+x=12$.
- אפשר לבטא כפל כחיבור חוזר. למשל, $x+x+x+x=12$ זו דרך אחרת לבטא $4x=12$.

פעילות מרכזית ב': מציירים תרשימים עבור משוואות (10 דקות)

התלמידים מציירים תרשימי סרטים עבור שתי משוואות. לאחר מכן הם חושבים על ערך של X שעבורו המשוואה נכונה, כלומר, על פתרון המשוואה.

מציירים תרשימים עבור משוואות

$$3+X=18$$

$$18=3 \cdot Y$$

עבור כל אחת מהמשוואות, שרטטו תרשים סרט ומצאו את ערך הנעלם.

מהלך הפעילות: עבודה עצמאית

עבודה עצמאית: חשוב לתת לתלמידים למצוא דרכי פתרון בעצמם (באמצעות התרשימים או באמצעות המשוואות) ולא להראות להם את אסטרטגיות הפתרון. בזמן שהתלמידים עובדים באופן עצמאי נאתר תלמידים שמתמשים בתרשים כדי למצוא את ערך ה- X ואחרים שמתמשים במשוואות עצמן.

למה לצפות בזמן העבודה העצמאית?

- עבור המשוואה $18=3 \cdot Y$: תלמידים עשויים לצייר בתרשים תיבה עם הספרה שלוש. כדאי לשאול אותם על משמעות פעולת הכפל או מה הכוונה "שלוש כפול Y "? ואיך אפשר לייצג זאת בתרשים.
- תלמידים עשויים לנסות לייצג את הכפל כ- Y תיבות של הספרה 3, מה שקשה לעשות באמצעות תרשים הסרט.
- תלמידים עשויים לשרטט באופן מדויק את אורך התרשים (18 משבצות), מה שיאפשר להם לגלות בקלות יחסית את ערך הנעלם, ואילו אחרים עשויים לשרטט אותו "בערך", מה שיקשה עליהם למצוא את ערך הנעלם.

במליאה: נבקש משני תלמידים להסביר איך הם מצאו את ערך ה- X וה- Y : תלמיד אחד שמצא את הפתרון באמצעות התרשימים ואחר שחישב בעזרת המשוואה. נשאל את הכיתה במה דרכים אלה דומות או שונות?

סיכום השיעור

היום למדנו:

- (א) לייצג משוואות באמצעות תרשימי סרט;
- (ב) למצוא את ערך הנעלם באמצעות תרשימי סרט

אפשר לשאול את התלמידים חלק מהשאלות:

- איפה בתרשים הסרט אפשר לראות את סימן השווה (במשוואה שהתרשים מייצג)?
- כיצד יתכן שתרשים יכול להיות מיוצג באמצעות כמה משוואות שונות?
- אילו משוואות שונות יכולות לייצג את התרשים (לצייר את התרשים על הלוח) $23+X=132$?
- אילו משוואות שונות יכולות לייצג את התרשים (לצייר את התרשים על הלוח) $5X=230$?

שקפים למורה

קישור למצגת: <https://tinyurl.com/5n7e5skp>

המצגת כוללת את השקפים הבאים:

- מה התרשים המתאים?
- מתאימים בין משוואות לתרשימי סרטים
- דף עבודה לתלמיד

מציירים תרשימים עבור משוואות

עבור כל אחת מהמשוואות, שרטטו תרשים סרט ומצאו את ערך הנעלם של X ו- Y , ששברים המשוואה תהיה נכונה.

$18=3+X$
 $18=3-Y$

מתאימים בין משוואות לתרשימי סרטים

לפניכם שני תרשימי סרטים. התאימו כל אחת מהמשוואות לאחד התרשימים שמייצג אותן.

$4 \quad x$
12

$x \quad x \quad x \quad x$
12

המשוואות הנמצאות:

מה התרשים המתאים?

א) לפניכם שני תרשימים. האחד מייצג את הוצגיל $5+2=7$ והאחר מייצג את $5-2=10$. איזה תרשים מייצג כל אחד מהתוצגילים? סמנו את האורך בכל איור.

$3+4=7$

$3-4=7$

התוצגיל: 3 4 7

⊕ הצעות לשינויים והרחבות

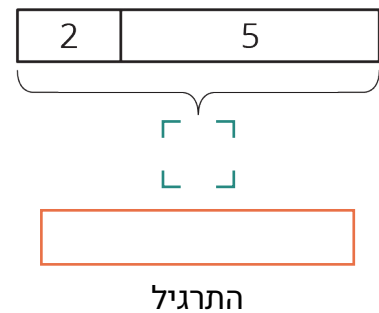
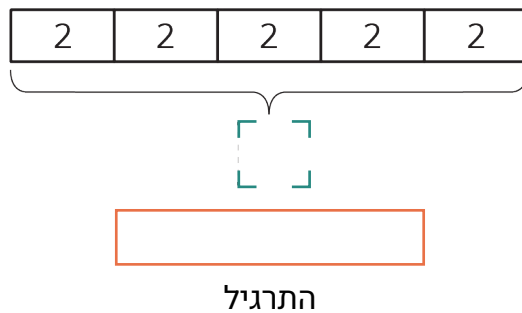
אפשר להציע להמשיך את השיעור בתרגול נרחב יותר של פתרון משוואות מסוגים אלה:

- $x+a=b$
- $ax=b$

לתלמידים: דף עבודה בכיתה מייצגים משוואות עם תרשימי סרטים

משימה מס' 1: מהו התרשים המתאים?

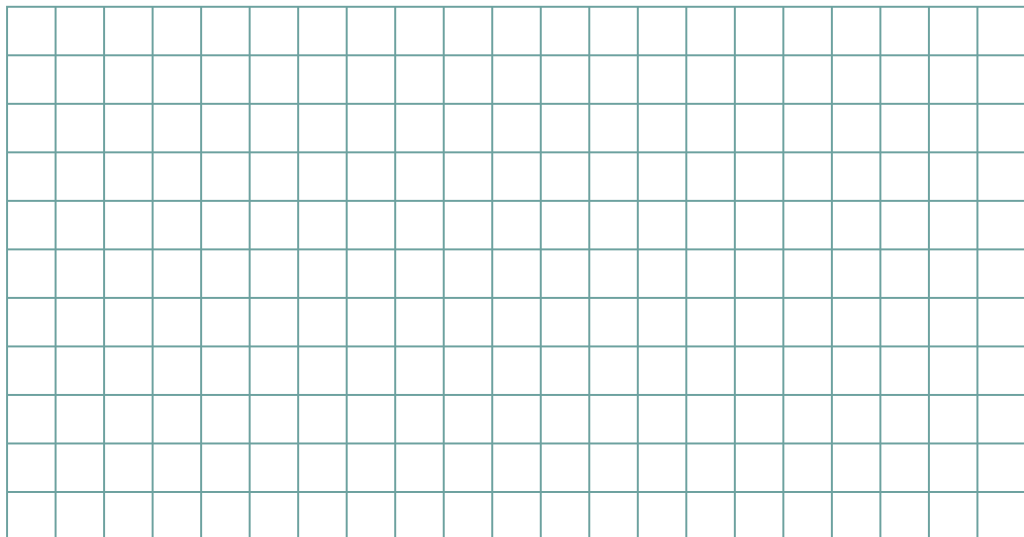
א) לפניכם שני תרשימים.
האחד מייצג את התרגיל $5+2=7$ והאחר מייצג את $5 \cdot 2=10$.
איזה תרשים מייצג כל אחד מהתרגילים?
השלימו את האורך של כל תרשים.



ב) ציירו תרשימים שייצגו את המשוואות הבאות:

$$12=4 \cdot 3$$

$$7=3+4$$

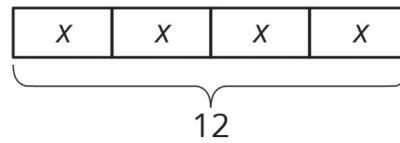
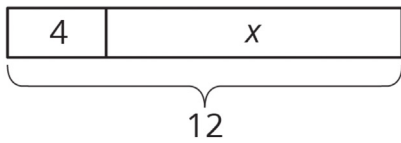


משימה מס' 2: מתאימים בין משוואות לתרשימי סרטים

לפניכם שני תרשימי סרטים.

התאימו כל אחת מהמשוואות לאחד התרשימים שמייצג אותן.

$4+x=12$	$12=4+x$	$12-4=x$
$12:4=x$	$12-x=4$	$x=12-4$
$4\cdot x=12$	$12=4\cdot x$	$x+x+x+x=12$



המשוואות המתאימות

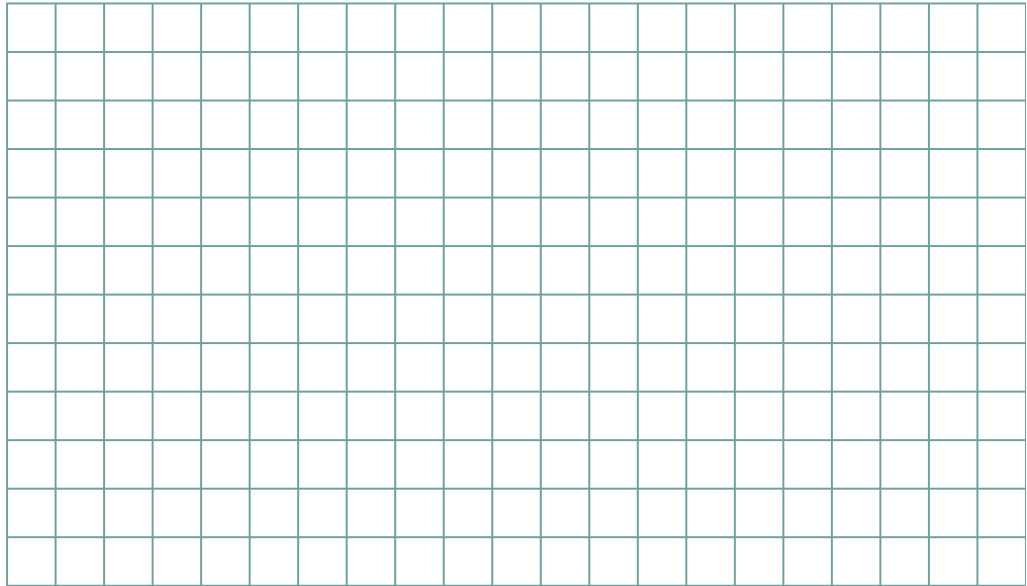
המשוואות המתאימות

משוואות שאני לא יודע/ת לאן לשייך

משימה מס' 3: מציירים תרשימי סרטים למשוואות

עבור כל אחת מהמשוואות, שרטטו תרשים סרט ומצאו את ערך הנעלם של X ו- Y , שעבורם המשוואה תהיה נכונה.

$$18 = 3 + x$$
$$18 = 3 \cdot y$$



לתלמידים: דף תרגול מייצגים משוואות עם תרשימי סרטים

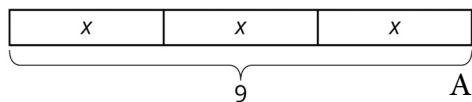
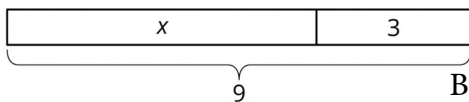
- (1) דוד מנסה למצוא מהו הערך של X במשוואה $5 \cdot x = 35$. הוא צייר את התרשים הזה, אבל הוא לא בטוח איך כדאי לו להמשיך.
א. עזרו לדוד. השלימו את התרשים כך שייצג את המשוואה $5 \cdot x = 35$
ב. מצאו את הערך של X . הערך של X הוא _____.

--	--	--	--	--

- (2) לפניכם משוואה: $17 = 4 + X$. ציירו תרשים סרט שמייצג את המשוואה.

- (3) התאימו כל אחת מהמשוואות לתרשים שמייצג אותן.

$x+3=9$	$3+x=9$
$3 \cdot x=9$	$x=9-3$
$9=3 \cdot x$	$9:3=x$
	$x+x+x=9$



המשוואות המתאימות

המשוואות המתאימות

4) עבור כל אחת מהמשוואות הבאות ציירו תרשים סרט ומצאו את ערך הנעלם.

$$x+9=16$$



$$4 \cdot x = 28$$



חושבים על משוואות כמתלים

עיבוד לפעילות מתוך:

Illustrative Mathematics, Grade 7th, Unit 6, lesson 7:
Reasoning about Solving Equations (Part 1).

<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/2/6/7/index.html>

שיעור זה עובד במסגרת מהלך "מתמטיקה מקדמת שוויון"
בשותפות בין רשת ברנקו וייס, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, מכון ויצמן למדע
והמרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה.

רציונל השיעור

מיקום בתוך תוכנית הלימודים

זהו שיעור פתיחה בנושא פתרון משוואות מהסוג של $ax+b=c$.

מטרות מתמטיות

בשיעור הזה התלמידים מפתחים דרכי פתרון משוואה מהסוג $ax+b=c$, המבוססות על האינטואיציה. התלמידים מפתחים את דרכי הפתרון באמצעות עבודה עם ייצוג המשוואה כמתלה עם משקולות. כשהתלמידים חושבים על פעולות על המתלה שישאירו אותו מאוזן הם בעצם חושבים על פעולות על שני צידי המשוואה ומגיעים למסקנה שיש קודם לחסר את b ואז לחלק ב- a (מודל זה מוגבל למצבים שבהם a מייצג מספר טבעי – שלם וחיובי).

מטרת השיעור (כפי שניתן להציג אותה לתלמידים): היום נראה איך משוואה היא כמו מתלה ואיך הזזת המשקולות על המתלה יכולה לעזור לנו למצוא את ערך הנעלם. כדאי לשקול האם להציג את המטרה כבר בתחילת השיעור או להתחיל מהתנסות במשימות ולהציג את המטרה הידיקטית רק בסיכום השיעור.

הזדמנויות למידה

כאשר תלמידים עוסקים בחשבון בבית הספר היסודי, סימן השוויון מהווה עבורם קריאה לבצע חישוב. כשמתחילים ללמוד אלגברה משמעות סימן השוויון משתנה. תלמידים עוסקים כעת במשוואות, וכאן סימן השוויון מייצג שקילות. במערך השיעור הנוכחי הייצוג של מתלה מאוזן ממחיש את המשמעות הזאת של שוויון. כשתלמידים עובדים עם מתלה הם מפתחים באופן אינטואיטיבי אסטרטגיות לפתרון משוואות לינאריות: כאשר מוסיפים או גורעים את אותו המשקל בשני צידי מתלה מאוזן, הוא נותר מאוזן – פעולות אלה במשקולות זהות ל"ביצוע פעולה זהה בשני האגפים" בפתרון משוואה.

בתחילה מצופה מתלמידים לעבוד עם תרשימים של מתלה ומשקולות. בהמשך אפשר לעודד תלמידים לנסות לפתור משוואות כאשר הם מדמיינים מתלה ומשקולות, ובשלב מתקדם יותר יוכלו לבצע פעולות זהות על שני אגפי המשוואה – מהלך שהוא שקול לפעולות שמשמרות שקילות על מתלה.

השיעור בקצרה

הפעילות	עזרים
פתיחה: מתלים מאוזנים ולא מאוזנים (15 דקות) במליאה שתי פעילויות הפתיחה ממחישות את רעיון המתלה המאוזן והלא מאוזן (א) "למה אתם שמים לב?" התלמידים מתבקשים לומר למה הם שמים לב בתצלום הגרביים (ראה שקף 1). אין תשובה נכונה ולא נכונה והתלמידים יכולים להתייחס לתמונה מכל כיוון אפשרי, עם זאת, התמונה מזמנת גם שיח סביב איזון המתלים והקשר שלו למשקל הגרביים. (ב) "נכון בוודאות, נכון אולי, בוודאות לא נכון" התלמידים מתבוננים בתרשימי מתלים עם צורות גיאומטריות (משולשים, ריבועים, עיגולים) שמשקלן לא ידוע. בהתבסס על מצב המתלים (מאוזנים או לא) התלמידים מתבקשים לנסח טענות מתמטיות (מה בוודאות נכון? מה נכון אולי ומה בוודאות לא נכון?) על היחסים בין משקלי הצורות.	- שקף מס' 1 - שקף מס' 2
פעילות א': פותרים משוואות עם מתלים (15 דקות) עבודה עצמאית – בזוגות – במליאה התלמידים משתמשים במתלים כדי למצוא את ערך הנעלם. לאחר מכן התלמידים מתאימים בין המתלים למשוואות שהם מייצגים.	דף עבודה (משימה מס' 2)
פעילות ב': קושרים בין פעולות על המתלים לפעולות על המשוואות עבודה עצמאית – בזוגות – במליאה בפעילות זו התלמידים מתרגמים ייצוג חזותי לייצוג אלגברי. הם גם מעמיקים את ההבנה כי כדי למצוא את ערך הנעלם, ניתן לבצע פעולות חיסור וחילוק הן על המתלה והן במשוואה.	דף עבודה (משימה מס' 3)
סיכום במליאה פותרים משוואה באמצעות תרשים מתלה וייצוג אלגברי ומחפשים את הדומה בין הפעולות.	דף עבודה (משימת תרגול)

מהלך השיעור

פעילות פתיחה: מתלים מאוזנים ולא מאוזנים (15 דקות)

במליאה

הפתיחה כוללת שתי פעילויות שממחישות מהו מתלה מאוזן/לא מאוזן. מטרת הפעילות היא לאפשר לכל התלמידים לעבוד על המשימות בשיעור כשהם מבינים את הרעיון של המתלה כמאזניים. הפעילויות מבוססות על מעבר הדרגתי מהמוחשי (צילום) לייצוג אבסטרקטי יותר.

למה אתם שמים לב?

- נציג בפני התלמידים את התמונה של הגרביים התלויים.
- נשאל: למה אתם שמים לב? איזה שאלות עולות לכם?
- ניתן דקה לחשוב על התמונה ונזמין תלמידים לשתף.
- אין בפעילות הזו תשובות נכונות וחשוב לקבל ולהתייחס לכל תשובה שהתלמידים מעלים.
- נדגיש שהמתלה משמאל הוא מאוזן, בגלל שלגרביים הורודים יש את אותו המשקל ושהמתלה הימני אינו מאוזן בגלל שגרב כחול כנראה יותר כבד מהגרם הכחול האחר (ייתכן וחלק מהתלמידים יעלו הסברים לכך שהגרם כבד יותר).

"יש שני גרביים ורודים ושני גרביים כחולים"; "המתלה עם הגרביים הורודים הוא ישר והמתלה עם הגרביים הכחולים הוא עקום"; "האם יש משהו בתוך הגרב הכחולה שהופך אותה לכבדה יותר?"

משימה מס' 1: מה בוודאות נכון?
מה אולי נכון? ומה בוודאות לא נכון?

היפוך: (1) דבר אחד שהוא בוודאות נכון (2) דבר אחד שיכול להיות נכון
(3) דבר אחד שהוא בוודאות לא נכון

- נציג את שקף מס' 2.
- נאמר לתלמידים שהם רואים תרשים דומה לתרשים הגרביים, רק שבמקום גרביים יש בו צורות עם משקלים שונים.
- ניתן לתלמידים לחשוב ולעבוד על המשימה במשך חמש דקות.
- נציע לתלמידים לשותף בדברים שכתבו ולהסביר מדוע הם חשבו כך. נעודד את התלמידים להציע רעיונות מגוונים ומקוריים. מטרת הדיון היא להבין איך תרשים המתלה פועל: כשהמתלה מאוזן יש משקל שווה בשני הצדדים. למשל, מכיוון שהמתלה בתרשים ב' הוא מאוזן אנחנו יודעים שמשולש אחד שוקל כמו שלושה ריבועים ועיגול.

מחשבים סיו' רש
123

$\square = \Delta$
 $\bigcirc = \Delta$
 $\square\square\square = \bigcirc$
 $\square\square\square = \Delta$
 $\square \div 4 \text{ oje} = \Delta$
 $\square > \Delta$
 $\bigcirc > \Delta$

מחשבים סיו' 123
123

$\bigcirc \bigcirc \bigcirc = \Delta$
 $\bigcirc = \square$
 $\bigcirc > \square$
 $\bigcirc = \frac{1}{2} \Delta$
 $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc = \Delta$
 $\square\square = \Delta$
 $\bigcirc \bigcirc \bigcirc$
 $\square = \frac{1}{4} \Delta$
 $\bigcirc = \frac{1}{8} \Delta$

מחשבים סיו' 123
123

$\Delta = \square\square\square\square$
 $\Delta > \square$
 $\Delta > \bigcirc$
 $\Delta > \square\square\square$
 $\Delta > \square\square$
 $\Delta > \square\square\square\square$

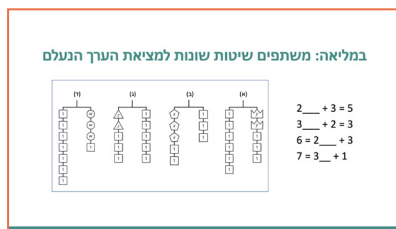
שער שני: הצעות לשיעורים ופעילויות | מתמטיקה מקדמת שוויון

פעילות מרכזית א': פותרים משוואות עם מתלים (15 דקות)

עבודה עצמאית – בזוגות – במליאה

בשלב הראשון התלמידים מוצאים את ערך הנעלם בכל מתלה. לאחר מכן התלמידים מתאימים בין המתלים למשוואות שהם מייצגים. משימה זו מעודדת את התלמידים לנתח את הקשר בין המשוואות למתלים ולמצוא את נקודות הדמיון ביניהם.

מהלך הפעילות:



שקף מס' 4

- נציג את התרשימים על הלוח. נסביר ש:
- 1. כל ריבוע שמסומן ב-1 שוקל יחידה אחת.
- 2. שכל צורה המסומנת באות היא בעלת משקל לא ידוע.
- 3. צורות המסומנות באותה אות הן בעלות משקל זהה.
- התלמידים יעבדו בזוגות.
- נקדיש כ-10 דקות לעבודה עצמאית.
- נזמין את התלמידים לשותף את בן/בת הזוג בתהליך החשיבה שלהם.
- נקיים דיון במליאה על הפתרונות.

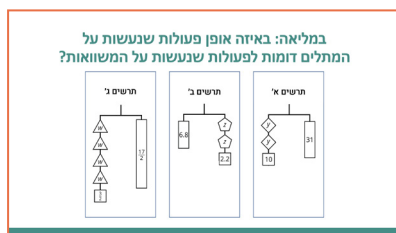
דיון בעקבות פעילות א':

- נתמקד באחד המתלים. נציג/נשרטט אותו על הלוח ונכתוב את המשוואה המתאימה לו.
- נזמין תלמידים להציג את האסטרטגיות שלהם למציאת ערך המשקולות. נעודד אותם להמליץ את דרך הפתרון ולהסביר במילים שלהם מה הם עשו. ננסה לכתוב על הלוח את המילים שהתלמידים משתמשים בהם על מנת לתאר את השלבים השונים בפתרון ("חיסרתי משני הצדדים" וכו').
- ניתן להציג על הלוח מתלה נוסף ולהזמין תלמיד נוסף להציג את דרך הפתרון, ולראות האם דרך הפתרון זהה והאם השלבים שהמללנו זהים. אפשר לנסח עם התלמידים כלל בו נשתמש במילים שלהם כדי להסביר איך למצוא משקל של משקולת שאיננו יודעים את משקלה.
- נראה איך ניתן לבצע את אותן הפעולות (החסרה וחילוק של שני האגפים) גם על המשוואה שמייצגת את המתלה.

פעילות מרכזית ב': קושרים בין פעולות במתלים לפעולות על המשוואות (15 דקות)

עבודה עצמאית – בזוגות – במליאה

בפעילות הזו התלמידים כותבים משוואות שמייצגות מתלים מאוזנים הנתונים להם. לאחר מכן מבקשים מהתלמידים להסביר איך להשתמש בתרשימים ובמשוואות כדי לחשוב על הפתרון. המשקולות בתרשימים מייצגות מספרים הכוללים שברים ומספרים עשרוניים.



שקף מס' 7

מהלך הפעילות:

- נוודא שהתלמידים שמים לב שהמתלים המוצגים במשימה מאוזנים ושכל צורה מסומנת במשקל שלה.
- חלק מהצורות מסומנות במספרים וחלקם באותיות כי אנחנו לא יודעים מה משקלן.
- נקדיש כעשר דקות לעבודה עצמאית.
- התלמידים ישתפו את בן/בת הזוג בתהליך החשיבה שלהם.

דיון בעקבות פעילות ב':

- נזמין תלמידים להציג את דרכי הפתרון שלהם עם התרשים ועם המשוואה. נעודד תלמידים להסביר כיצד הם התחילו לפתור את המשוואה/חידת המתלה ואז נשאל כיצד המשיכו. נעזור לתלמידים לייצג את הפעולות שהם עושים במשוואות בשפה מתמטית (נשאל למשל איך נוכל לכתוב או לסמן שהורדנו 1 משני צידי המשוואה, או חילקנו ב-3).
- נעבור על מספר תרשימים. אם תרשים א' לא היווה אתגר מיוחד לתלמידים, כדאי להתמקד בעיקר בתרשימים ב' וג'.
- נרצה שהתלמידים יצאו מהפעילות עם ייצוג חזותי שיסייע להם להבין מדוע במשוואות מסוג $ax+b=c$ אפשר להחסיר את b משני צידי המשוואה ואז לחלק את שני צידי המשוואה ב- a .

סיכום – במליאה

נציג את המשוואה: $4x + 6 = 14$.

נבקש מהתלמידים לעבוד בזוגות ולשרטט תרשים מתאים. נבקש מתלמיד אחד למצוא את ערך הנעלם באמצעות התרשים ומהתלמיד השני למצוא את ערך הנעלם באמצעות המשוואה. נזמין את התלמידים לדון ולהתייחס לדומה ולשונה בין אסטרטגיות הפתרון.

שקפים למורה



קישור למצגת: <https://tinyurl.com/4ntvy3ut>

המצגת כוללת את השקפים הבאים:

שקף מס' 1:
למה אתם שמים לב?



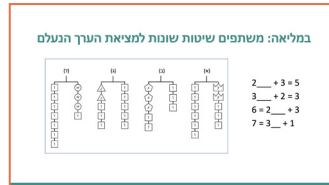
שקף מס' 2: משימה מס' 1:
מה בוודאות נכון? מה אולי נכון?
ומה בוודאות לא נכון?



שקף מס' 3: משימה מס' 2:
מתאימים בין משוואות למתלים



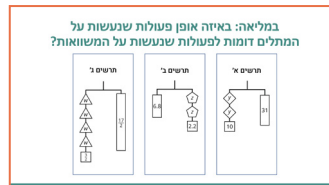
שקף מס' 4: משתפים שיטות
שונות למציאת הערך הנעלם



שקף מס' 5: משימה מס' 3:
קושרים בין עבודה עם המתלים
ובין עבודה עם המשוואות



שקף מס' 6: באיזה אופן פעולות
שנעשות על המתלים דומות לפעולות שנע-
שות על המשוואות?



שקף מס' 7: סיכום

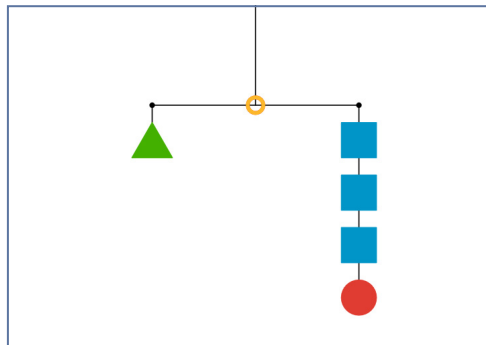
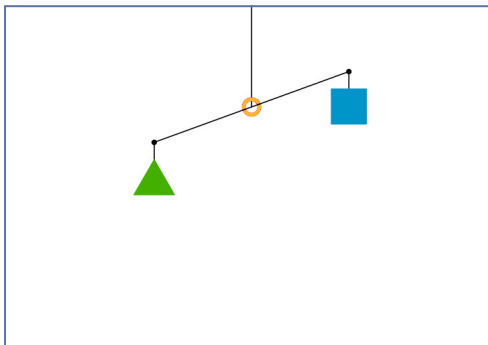


דפי עבודה לתלמידים

משימה מס' 1: מתלים מאוזנים ולא מאוזנים

בתרשימים הבאים משקלם של כל הריבועים זהה ומשקלם של כל המשולשים זהה. עבור כל תרשים הציעו:

- (א) טענה שהיא נכונה בוודאות.
- (ב) טענה שהיא בוודאות אינה נכונה
- (ג) טענה שעשויה להיות נכונה או לא נכונה



(א) טענה שהיא נכונה בוודאות:

(ב) טענה שהיא בוודאות אינה נכונה:

(ג) טענה שעשויה להיות נכונה או לא נכונה:

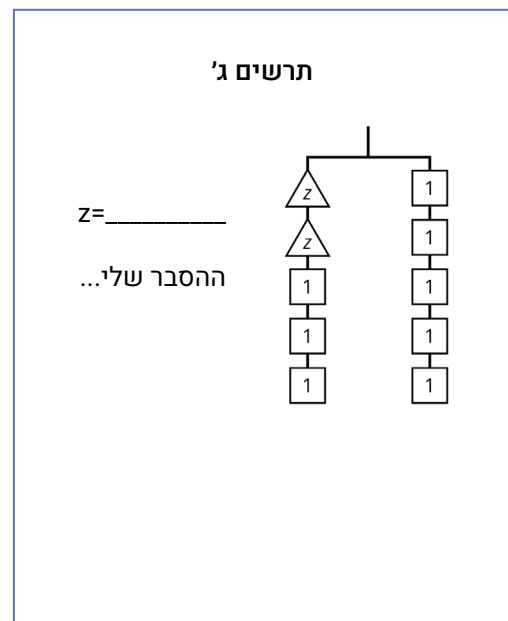
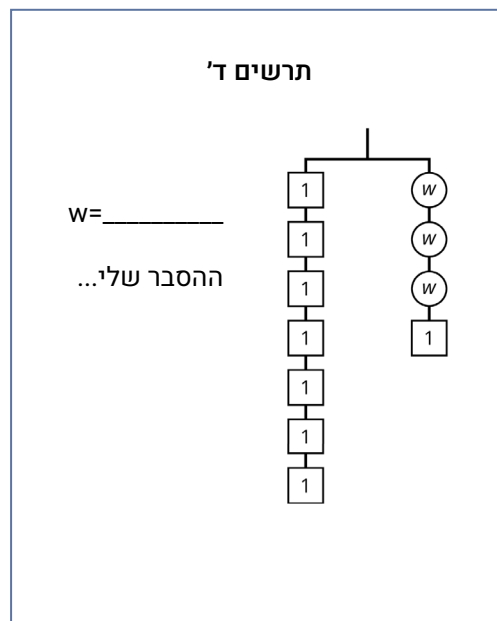
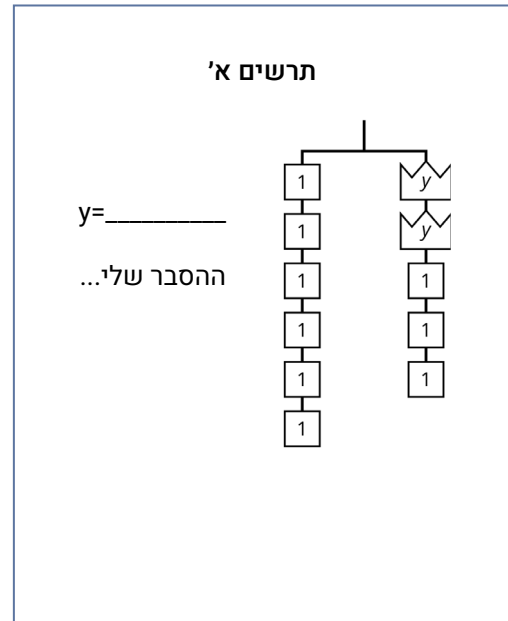
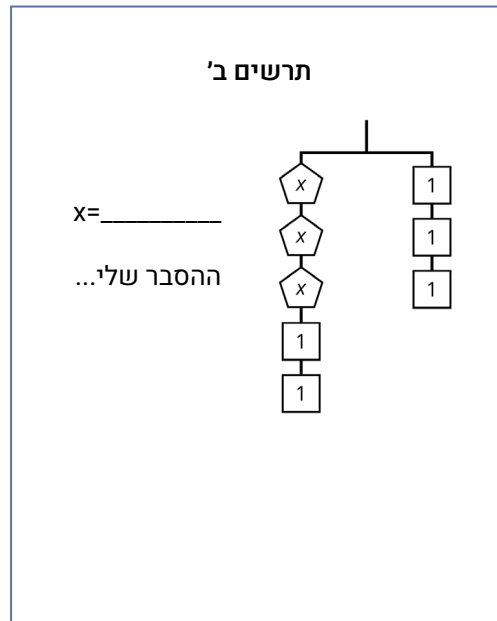
(א) טענה שהיא נכונה בוודאות:

(ב) טענה שהיא בוודאות אינה נכונה:

(ג) טענה שעשויה להיות נכונה או לא נכונה:

משימה מס' 2: פותרים משוואות עם מתלים

בכל מתלה, למשקולות המסומנות באותה אות יש את אותו המשקל.
 (1) בכל אחד מהמתלים מצאו את משקלה של המשקולת המסומנת באות. הסבירו או הראו איך חישבתם את המשקל.

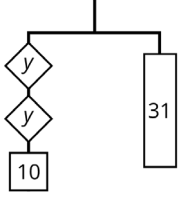
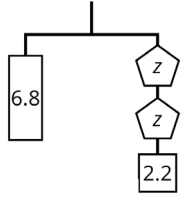
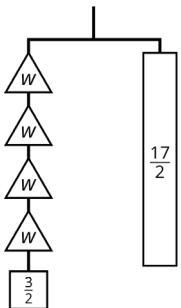


$2 \cdot \square + 3 = 5$	_____ מתלה
$3 \cdot \square + 2 = 3$	_____ מתלה
$6 = 2 \cdot \square + 3$	_____ מתלה
$7 = 3 \cdot \square + 1$	_____ מתלה

(2) התאימו מתלה לכל משוואה.
 השלימו את המשוואות על ידי כתיבת w, x, y או z בחלון הריק.

משימה מס' 3: כותבים משוואה מתאימה למתלים

לפניכם כמה מתלים מאוזנים. כל צורה מסומנת באות ויש לה משקל משלה.
 (א) כתבו את המשוואה המתאימה לתרשים.
 (ב) הסבירו איך למצוא את משקל המשקולת המסומנת באות על ידי חשיבה על התרשים.
 (ג) הסבירו איך למצוא את משקל המשקולת המסומנת באות על ידי חשיבה על המשוואה.

(א) המשוואה: (ב) ההסבר שלי: (ג) ההסבר שלי:	תרשים א' 
(א) המשוואה: (ב) ההסבר שלי: (ג) ההסבר שלי:	תרשים ב' 
(א) המשוואה: (ב) ההסבר שלי: (ג) ההסבר שלי:	תרשים ג' 

עיבוד לפעילות: Illustrative Mathematics, Grade 7th, Unit 6, lesson 7: Reasoning about Solving Equations (Part 1). <https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/2/6/7/index.html>

דף תרגול

1) א) בחרו את כל המשוואות שמייצגות את המתלה הבא:

$$x+x+x=1+1+1+1+1+1$$

$$x \cdot x \cdot x=6$$

$$3x=6$$

$$x+3=6$$

$$x \cdot x \cdot x=1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

ב) מצאו את הערך של x באמצעות המתלה או המשוואה. הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

דרך החשיבה שלי...

2) א) כתבו משוואה מתאימה לכל אחד מהמתלים.
 ב) מצאו את ערך המשקולת באמצעות המתלה או המשוואה.

תרשים ג'

א) המשוואה:

ב) $x = \underline{\hspace{2cm}}$

תרשים ב'

א) המשוואה:

ב) $w = \underline{\hspace{2cm}}$

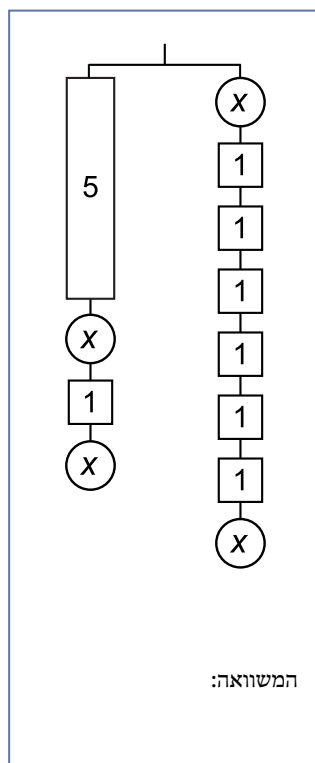
תרשים א'

א) המשוואה:

ב) $y = \underline{\hspace{2cm}}$

3) שאלת אתגר

א. כתבו משוואה שמתאימה לתרשים המתלה.



ב. מה אתם יכולים לומר על ערך ה- x ? הסבירו באמצעות המתלה או המשוואה.

ההסבר שלי...

משמעות החזקה

עיבוד פעילות מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 6, lesson 12
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/6/12/index.html>

שיעור זה עובד במסגרת מהלך "מתמטיקה מקדמת שוויון"
בשותפות בין רשת ברנקו וייס, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, מכון ויצמן למדע
והמרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה.

רציונל השיעור

מהלך ומיקום בתוך תוכנית הלימודים

התלמידים נחשפו למושג חזקה ריבועית כשלמדו לחשב שטח של ריבוע. בשיעור זה אנו נרחיב את ההבנה בנוגע למושג חזקה, ונלמד על חזקות עם מעריכים טבעיים אחרים. בפעילות הפתיחה ובפעילות המרכזית הראשונה התלמידים נחשפים לייצוגים (חזותי וסיפורי מחיי היומיום) הממחישים את הגידול החזקתי. בפעילות המרכזית השנייה הם מיישמים את הידע שרכשו על משמעות החזקה והכתיב החזקתי בפתרון ביטויים עם חזקה.

מטרות הפעילות (לתלמידים)

- נלמד שחזקה היא כפל חוזר.
- נלמד מה המשמעות של ביטוי עם חזקה ונחשב את ערכם של ביטויים מסוג זה.
- נלמד לאמוד את ערכו של ביטוי שיש בו חזקה.

אפשרויות לשילוב השיעור בתוכנית הלימודים

זהו שיעור פתיחה ללמידה על חזקות. הוא מופיע בסבב הראשון של כיתה ז' (תחום מספרי), על פי תוכנית הלימודים החדשה.

דגשים מתוך תוכנית הלימודים, אליהם מתייחסת הפעילות

- השיעור עוסק במשמעות של חזקה עם מעריכים טבעיים שונים (לא רק חזקה ריבועית) ככפל חוזר.
- השיעור מאפשר לתלמידים לחוש את מהירות הגידול בהכפלת המספר בעצמו במצבים אמיתיים.
- בשיעור מיישמים כתיב חזקתי.

השיעור בקצרה

הפעילות	עזרים
פעילות פתיחה: למה אתם שמים לב? איור הנקודות והקוים (10 דקות) עבודה בזוגות התלמידים נחשפים לייצוג חזותי של כפל חוזר. הם מתבקשים להתבונן בו ולשתף ברעיון שעולה להם בהתייחס לייצוג החזותי.	 • שקף מס' 1: ייצוג חזותי – הנקודות והקוים
פעילות מרכזית א': ההצעה של הג'יני (25 דקות) עבודה בזוגות הפעילות עוסקת בסיפור על ג'יני שמציע לתלמידים לבחור בין שתי אפשרויות: (1) לקבל 50,000 ש"ח; (2) לקבל "מטבע קסם" שמכפיל את עצמו פי 2 בכל יום ובמשך 28 ימים. בחלק הראשון של הפעילות התלמידים בוחרים את הגידול בכמות המטבעות בשבוע הראשון באמצעות טבלה, ומתוך כך מתבקשים לבחור באחת האפשרויות. המורה חושפת את התלמידים למשמעות החזקה וקושרת אותה לחישובים שעשו. בחלק השני של הפעילות התלמידים משתמשים במחשבונים כדי לחשב בכמה ימים ייקח למטבע להפוך ל-50,000 ש"ח ומהי כמות המטבעות לאחר 28 ימים.	 • שקף מס' 2: ההצעה של הג'יני • שקף מס' 3: מטבע הקסם כעבור שבוע • דף עבודה לתלמידים • מחשבוני מדעיים
פעילות מרכזית ב' (10 דקות): מחשבים חזקות עבודה עצמאית התלמידים מיישמים את מה שלמדו בנוגע למשמעות החזקה ומתרגלים כתיבה וחישוב של ביטויים עם חזקות.	• דף עבודה לתלמידים
סיכום ותרגול (10 דק') עבודה עצמאית התלמידים חוקרים שוב את הייצוג החזותי – הנקודות והקוים – באמצעות הרעיונות שלמדו בשיעור. בדיון משותף ננסה להבין מה הביטוי שמתאים לייצוג החזותי, ומה מייצגים המרכיבים השונים של הייצוג בביטוי האלגברי.	• שקף מס' 1: ייצוג חזותי – הנקודות והקוים

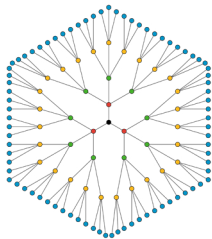
מהלך השיעור

פעילות פתיחה: למה אתם שמים לב? נקודות וקוים (10 דקות):

מטרת הפעילות היא לתת לתלמידים הזדמנות לראות ולנתח ייצוג חזותי של כפל חוזר.

מהלך הפעילות: עבודה בזוגות

- נחלק את הכיתה לזוגות.
- נבקש מהתלמידים להתבונן בתמונה (הייצוג החזותי) ולחשוב על דבר אחד לפחות שתפס את תשומת ליבם או שהם תוהים לגביו. נקדיש דקה לחשיבה על הדברים.
- נזמין את התלמידים לשתף עם עמיתיהם את מחשבותיהם.
- ניתן לקרוא בפרק "מיני-פרקטיקות מקדמות שוויון" על הערך של פעילות מסוג זה לקידום שיח מתמטי בקרב כלל התלמידים.



שקף מס' 1: ייצוג חזותי: הנקודות והקוים

חשבו על דבר אחד שאתם תוהים לגביו

במליאה: נזמין מספר תלמידים לשתף את הכיתה ברעיונות ובתהיות שלהם. נרשום על הלוח את הרעיונות שעלו. אפשר לשאול את הכיתה אם הם מסכימים או לא לגבי הנאמר.

דגשים להנחיית הדיון במליאה

התלמידים עשויים להתייחס לממדים רבים של הייצוג החזותי. כדאי לרשום על הלוח את כלל הרעיונות שיעלו. עם זאת, כדאי להעמיק את הדיון בהתייחס לאמירות של תלמידים שקשורות בכמות הנקודות של צבע מסוים, ובכך שמכל נקודה יוצאים בדיוק שלושה ענפים שיכולים לעזור לנו לחשב את כמות הנקודות בשכבות השונות. למשל, אם תלמיד/ה שיתפו שיש 27 נקודות צהובות, אפשר לשאול איך גילית את זה? אם התלמיד/ה יסבירו שהם ספרו את הנקודות אחת אחת, אפשר לשאול: האם יש דרך פשוטה יותר לחישוב כמות הנקודות הצהובות? האם משהו שם לב אם אפשר להיעזר בכמות הנקודות הירוקות כדי לגלות מהי כמות הנקודות הצהובות?

פעילות מרכזית א': ההצעה של הג'יני (25 דקות)

מטרת הפעילות: בפעילות נחקור את המשמעות של חזקה עם מעריך בחיי היומיום.

שקף מס' 2: ההצעה של הג'יני

ההצעה של הג'יני



מצאתם בקבוק מתכתי שנראה ממש עתיק.
בזמן שניקיתם אותו קצת מהאדמה והלכלוך, יצא מתוכו ג'יני!
הג'יני הציע לכם פרס על שחרורו מהבקבוק.

הוא הציע לבחור אחת מהאפשרויות הבאות:

- (א) קחו 50,000 ש"ח.
- (ב) קחו מטבע קסם של 1 ש"ח. המטבע יהפוך ביום הראשון לשני מטבעות. ביום השני, שני המטבעות יהפכו לארבעה מטבעות. ביום השלישי ארבעת המטבעות יכפילו את עצמם לשמונה. מטבעות וכו'. הכפלת כמות המטבעות בכל יום תימשך **28 ימים**.

<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/6/12/index.html>

חלק א': חוקרים מה יקרה למטבע הקסם ומבינים מהי חזקה

מהלך הפעילות: עבודה בזוגות

נציג את שקף מס' 2 (ההצעה של הג'יני) ונקריא את הסיפור.

עבודה בזוגות: נזמין את התלמידים לחשוב האם כדאי לבחור בהצעה של "מטבע הקסם". לשם כך, נציע לתלמידים להיעזר בטבלה שבדף העבודה ולמלא אותה. הטבלה מתארת את גידול של המטבעות בשבוע הראשון. נקדיש חמש דקות למילוי הטבלה ונבקש מהתלמידים לבחור את אחת ההצעות ולנמק מדוע. נסתובב בין הזוגות, נזהה ונתעד: (א) דרכים שונות לייצוג חזותי של גידול המטבעות; (ב) תרגילים שונים שבאמצעותם התלמידים בוחרים לייצג את הגדילה.

דגשים להנחיית הדיון באזוגות

כשהתלמידים מציירים את המטבעות לאורך ימי השבוע ותהליך התרבותם, ייתכן והם ישתמשו בשרטוט נקודות וקוים מפעילות הפתיחה. כשהם משתמשים בייצוג זה לשם חישוב סכום המטבעות ביום כלשהו, הם עשויים לסכום את כמות המטבעות של היום הקודם עם כמות המטבעות של היום הנוכחי. למשל, עבור היום הרביעי: התלמידים עשויים לצייר 8 נקודות שמהן נוצרות 16 נקודות, ולחשב את סכום הכסף ביום הרביעי כ- $24=16+8$. במקרה כזה הפנו את התלמידים לסיפור: "המטבע יהפוך ביום הראשון לשני מטבעות. ביום השני שני המטבעות יהפכו ל-4 מטבעות", שאלו אותם אם הציור מייצג בצורה מדויקת את הסיפור? מה אפשר לעשות כדי לדייק אותו?

במליאה

- נערוך סקר בכיתה, ונשאל: באיזו הצעה של הג'יני הייתם בוחרים? נבקש ממספר תלמידים להסביר את החלטתם.
- נתייחס לתהליך החקר שעשו התלמידים בעזרת הטבלה. נשרטט את הטבלה על הלוח.
- נזמין זוג תלמידים שהשתמשו בציור לחישוב כמות המטבעות ונבקש מהם להציג איך הם ציירו את מה שקרה בארבעת הימים הראשונים. נבקש מהם להסביר איך הציור עזר להם לחשב את כמות המטבעות. נבקש מהתלמידים להציג את התרגילים שכתבו כדי לחשב את כמות המטבעות בכל יום. אפשר לשאול אם היו תלמידים שייצגו בדרך אחרת את הגידול במטבעות באמצעות ציור.
- נזמין תלמידים שכתבו תרגיל אחר כדי לייצג את כמות המטבעות בימים השלישי והרביעי. מרבית התלמידים ייצגו את כמות המטבעות באמצעות הכפלת הסכום של היום הקודם פי 2 (למשל, עבור היום הרביעי, התרגיל יהיה $2 \cdot 16 = 32$). חשוב שיופיע על הלוח גם ייצוג של התוצאה ככפל חוזר ב-2 ($2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$).
- אם אין תלמידים שהציגו את כמות המטבעות כתרגיל של כפל חוזר כדאי שנביא אותו בעצמנו. נדון בשאלה מדוע שני התרגילים מייצגים את אותו תהליך. נדגיש בפני התלמידים שמדובר בביטויים זהים במשמעותם.
- נמלא בטבלה את כמות המטבעות עד היום השביעי באמצעות תרגיל כפל חוזר ב-2.

הקנייה

- נציג את רעיון החזקה כקיצור של כפל חוזר.
- נסביר את משמעות הבסיס והמעריך.
- נכתוב את תרגילי הכפל החוזר עבור הימים השונים בכתב של חזקה.
- נסביר איך מחשבים חזקה במחשבון.
- בשלב זה נזמין את התלמידים לכתוב במחברת.

חלק ב': מחשבים במחשבון את ערך ההצעה של מטבע הקסם

עבודה בזוגות:

- נחלק לתלמידים מחשבוניס מדעיים.
- נבקש מהתלמידים לעבוד בזוגות על משימה מס' 2 בדף העבודה.

דיון (אפשרי):

אפשר למקד את הדיון בפער בין ההשערות של התלמידים לגבי הערך של הצעת מטבע הקסם (גם אחרי שחקרו את מה שקורה במהלך שבוע) ובין הערך שלו בפועל. נשאל את התלמידים מדוע קיים הפער, כלומר, נזמין את התלמידים להסביר במילותיהם את הגידול המעריכי.

דף עבודה: משימה מס' 2 – מחשבים איזו הצעה משתלמת יותר

א) השתמשו במחשבון. כמה ימים ייקח ל"מטבע הקסם" להפוך ליותר מ-50,000 ש"ח? הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

ב) השתמשו במחשבון. האם הערך של "מטבעות הקסם" יהיה גדול ממיליון ש"ח תוך 28 ימים? הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

פעילות מרכזית ב': מבינים וכותבים ביטויים עם חזקות (10 דקות)

התלמידים מיישמים את ההבנה שרכשו בנוגע למשמעות החזקה, מחשבים וכותבים ביטויים עם חזקות.

מהלך הפעילות: עבודה עצמאית

עבודה עצמאית: התלמידים ממלאים את משימה מס' 3 בדף העבודה. משך העבודה כחמש דקות.

דף עבודה: משימה מס' 3 – כותבים ומבינים ביטויים עם חזקות

א) לפניכם ארבעה ביטויים: $2 \cdot 2^3$, $2^5 \cdot 2^2$, 4^2 , 8^2 . הערך של שלושה מהם הוא 16. מצאו את הביטוי שערכו אינו 16, והסבירו איך חישבתם.
ב) כתבו שלושה ביטויים שונים שכוללים חזקות ושערכם הוא 81.

דגשים להנחיית העבודה העצמאית

בשלב זה, תלמידים רבים עשויים עדיין להתבלבל ולטעות בחישוב ערכם של ביטויים עם חזקות. למשל, הם עשויים ליישם סדר פעולות שגוי עבור ביטויים כמו $2^3 \cdot 2$ ולראות בו ביטוי שווה ערך ל- 4^3 או לבלבל בין פעולת הכפל לפעולת החזקה (למשל, תלמידים עשויים להבין את הביטוי 8^2 כ- $8 \cdot 2$). כדי לעזור לתלמידים להתגבר על שגיאות אלה, נבקש מהתלמידים לכתוב את הביטויים עם החזקה, ללא חזקות (בכתיב של כפל חוזר). למשל: $2^3 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

במליאה: ניתן למקד את הדיון בשאלה ב' (במשימה מס' 3), שעוסקת בביטויים שערכם הוא 81. נזמין תלמידים להציג ביטויים שכתבו. נחפש ביטויים "יצירתיים" שכוללים פעולות נוספות, מלבד פעולות החזקה. נבקש מכלל התלמידים "לבדוק" ולוודא שאכן ערך הביטויים השונים הוא 81.

סיכום השיעור (5 דקות)

נציג שוב את איור הנקודות והקווים שהתלמידים ראו בפעילות הפתיחה, ונשאל את התלמידים מה הם יודעים עליו בעקבות השיעור. אפשר לשאול: א) האם נוכל לכתוב ביטוי שמייצג את כמות הנקודות בשכבה החיצונית?

ב) כמה נקודות יש בשכבה החיצונית?

ג) נניח שהוסיפו שכבה. האם נוכל לכתוב ביטוי שמייצג את כמות הנקודות בשכבה הזו? איזה חלק

בביטוי ישתנה כשמשנים את כמות השכבות?

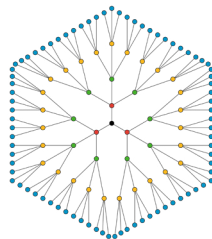
ד) מה היה קורה אם רק שני קווים היו יוצאים מכל

נקודה? מה היה קורה אם ארבעה קווים היו יוצאים

מכל נקודה? איזה חלק בביטוי היה משתנה?

שקף מס' 1: ייצוג חזותי: הנקודות והקווים

חשבו על דבר אחד שאתם תוהים לגביו



המצגת כוללת את השקפים הבאים:

(1) שקף מס' 1: למה אתם שמים לב?

[illegible]

לתלמידים: דף עבודה בכיתה

משימה מס' 1: מה יקרה ל"מטבע הקסם" כעבור שבוע?



מצאתם בקבוק מתכתי שנראה ממש עתיק.
בזמן שניקיתם אותו קצת מהאדמה והלכלוך, יצא מתוכו ג'יני!
הג'יני הציע לכם פרס על שחרורו מהבקבוק.
הוא הציע לבחור אחת מהאפשרויות הבאות:
(א) קחו 50,000 ש"ח
(ב) קחו מטבע קסם של 1 ש"ח. המטבע יהפוך ביום הראשון לשני מטבעות. ביום השני, שני המטבעות יהפכו לארבעה מטבעות. ביום השלישי ארבעת המטבעות יכפילו את עצמם לשמונה מטבעות וכו'. הכפלת כמות המטבעות בכל יום תימשך 28 ימים.

מטבע הקסם כעבור שבוע

נבחן יחד מה יקרה למטבע הקסם ב-7 הימים הראשונים.
כמה מטבעות יהיו לנו כעבור שבוע אם נבחר במטבע הקסם? מלאו את הטבלה.
* ציור המטבעות שמכפילים את עצמם יכול לסייע לכם לחשב את כמות המטבעות שיווצרו בכל יום. לא חייבים לצייר ציור עבור כל הימים. כלומר, אפשר לוותר על הציור ברגע שברור לכם מה התרגיל המתאים.

יום 7	יום 6	יום 5	יום 4	יום 3	יום 2	יום 1	
							ציור
					4	2	סכום המטבעות
					$2 \cdot 2 = 4$	2	תרגיל מתאים

אז באיזו הצעה של הג'יני תבחרו? ב-50,000 ש"ח או ב"מטבע הקסם"? הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

דרך החשיבה שלי



עיבוד מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 6, lesson 12
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/6/12/index.html>

משימה מס' 2: מחשבים איזו הצעה משתלמת יותר

(א) השתמשו במחשבון. כמה ימים ייקח למטבע הקסם להפוך ליותר מ-50,000 הש"ח? הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

דרך החשיבה שלי

(ב) השתמשו במחשבון. האם הערך של "מטבעות הקסם" יעבור את מיליון הש"ח תוך 28 ימים? הסבירו את דרך החשיבה שלכם.

דרך החשיבה שלי

משימה מס' 3: כותבים ומבינים ביטויים עם חזקות

(א) לפניכם ארבעה ביטויים. הערך של שלושה מהם הוא 16. מצאו את הביטוי שערכו אינו 16, והסבירו איך חיבתם.

דרך החשיבה שלי

$$2 \cdot 2^3 =$$

$$2^5 : 2 =$$

$$4^2 =$$

$$8^2 =$$

(ב) כתבו שלושה ביטויים שונים שכוללים חזקות ושערכם הוא 81.

שלושה ביטויי חזקות שערכם הוא 81

לתלמידים: דף תרגול – משמעות החזקה

(1) בחרו את כל הביטויים שערכם הוא 64.

i. 2^6

ii. 2^8

iii. 4^3

iv. 8^2

v. 16^4

vi. 32^2

(2) בחרו את כל הביטויים ששווים ל-34.

i. 7

ii. 4^3

iii. 12

iv. 81

v. 64

vi. 9^2

(3) 4^5 שווה ל-1024. חשבו כמה שווה כל אחד מהביטויים.

i. $4^6 =$

ii. $4^4 =$

iii. $4^3 \cdot 4^2 =$

(4) $6^3 = 216$

כתבו שלושה ביטויים אחרים הכוללים חזקות וערכם הוא 216.

עיבוד מתוך: Illustrative mathematics, Grade 6, Unit 6, lesson 12
<https://curriculum.illustrativemathematics.org/MS/teachers/1/6/12/index.html>

מרוץ ההצבות

עיבוד לפעילות מתוך מתמטיקה משולבת,
מכון ויצמן למדע + פט"ל מתמטיקה

שיעור זה עובד במסגרת מהלך "מתמטיקה מקדמת שוויון"
בשותפות בין רשת ברנקו וייס, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, מכון ויצמן למדע
והמרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה.

רציונל השיעור

מיקום בתוך תוכנית הלימודים ומטרות מתמטיות

זוהי פעילות משחקית המיועדת לתרגול מתקדם של הצבת מספרים מכוונים בביטויים אלגבריים. הפעילות מזמנת חשיבה ושיח על ערך הביטוי האלגברי המתקבל כתוצאה מהצבת מספר חיובי או שלילי, כאשר המטרה היא לקבל את הערך הגבוה ביותר. הפעילות דורשת הפעלת שיקול דעת מתמטי לצורך קבלת הערך הגדול ביותר ונוגעת בשגיאות נפוצות של תלמידים בנוגע לערכים האפרי שריים של ביטוי אלגברי. למשל, בעקבות הצבה של המספר הגדול ביותר לא בהכרח יתקבל הביטוי בעל הערך הגבוה ביותר (לדוגמה, בביטוי $3-c$), הביטוי x אינו בהכרח שלילי וכן הלאה.

שילוב השיעור ברצף ההוראה: כדאי לשלב את הפעילות כתרגול לאחר שהתלמידים למדו את ארבע פעולות החשבון במספרים מכוונים.

הזדמנויות ללמידה מהפעילות

הפעילות מאפשרת לתלמידים לתרגל את פעולות החשבון בסביבה משחקית. כדי להצליח במשחק על התלמידים לפתח תובנות והכללות לגבי הפעולות, למשל:

- חיסור של מספר חיובי מקטין וחיסור של מספר שלילי מגדיל.
- כפל במספר שלילי הופך סימן.
- x לא בהכרח מייצג מספר חיובי ו- x לא בהכרח מייצג מספר שלילי.

כיוון שכל הביטויים במשחק הם לינאריים (כלומר מייצגים פונקציה קווית), ערך הביטוי משתנה באופן מונוטוני, והערך הגדול ביותר בהכרח מתקבל באחת מקצוות התחום, כלומר בהצבה של 6 או של 6-. בפרט, תמיד יש בחירה אחת נכונה איזו קוביה כדאי לבחור¹.

¹ הכללה זו לא תישאר נכונה במעבר לפונקציות ריבועיות. תלמידים צפויים להגיע להכללות יתר – כאלה שנכונות רק עבור ביטויים לינאריים. אין צורך להתייחס למגבלה של הכללות אלה. הן נכונות ושימושיות כעת, ותחום הנכונות של ההכללות יידון בהמשך רצף הלמידה, כאשר תלמידים יכירו ביטויים ריבועיים ויעבדו איתם.

השיעור בקצרה

הפעילות	עזרים
פעילות פתיחה (10 דק') במליאה המורה מציגה 2-3 דוגמאות של ביטויים אלגבריים. בביטויים האלה אפשר להציב כל מספר בין 6- ל-6+. ניתן לשאול מה יקרה כשנציב מספר חיובי? מה יקרה כשנציב מספר שלילי? איזה מספר צריך להציב כדי לקבל את הערך הגדול ביותר בביטוי?	
פעילות מרכזית: מרוץ ההצבות (30-40 דקות) עבודה בקבוצות של 4 (זוג מול זוג) התלמידים משחקים משחק לוח הכולל ביטויים אלגבריים. כל זוג בתורו מטיל קובייה (חיובית או שלילית לבחירתו), מציב את הערך בביטוי האלגברי שעליו נמצא החייל, ומתקדם/נסוג לפי התוצאה. המשחק מעודד חשיבה אסטרטגית על הצבת מספרים חיוביים ושליליים בביטויים אלגבריים ותרגול חישוב ערך של ביטוי.	 - שתי קוביות בצבעים שונים: קוביה אחת מייצגת מספרים חיוביים והאחרת מייצגת מספרים שליליים. - חיילי משחק (חייל לכל זוג תלמידים) - לוח משחק גדול לכל ארבעה תלמידים
פעילות העשרה: השוואת ביטויים אלגבריים: נכון תמיד, לפעמים או אף פעם לא? (30 דקות) עבודה בקבוצות של 4 (זוג מול זוג) נציג בפני התלמידים משוואה/אי שוויון עם ביטויים אלגבריים (למשל: $m > 2m$). כל זוג תלמידים דן ומחליט האם הטענה "תמיד נכונה", "לפעמים נכונה" או "אף פעם לא נכונה", וכותב את תשובתו על לוח מחיק. זוגות עם תשובות שונות מציגים את נימוקיהם ומנסים לשכנע זה את זה ואת כלל הכיתה. הפעילות חושפת תפיסות שגויות נפוצות לגבי ביטויים אלגבריים (כמו "כפל תמיד מגדיל" או "ביטוי עם מינוס תמיד שלילי") ומאפשרת דיון מעמיק במשמעות המשתנה.	- לוח מחיק (או דף 4a מנוילן) - עבור כל זוג - טוש מחיק לכל זוג

מהלך השיעור

פעילות פתיחה: מה הערך הכי גדול שאפשר לקבל? (10 דקות) – במליאה

מטרת הפתיחה היא להדגים בכיתה את שיקולי הדעת שכדאי להפעיל במהלך המשחק.

מהלך הפעילות:

- נכתוב בצד הלוח את כל המספרים בין 6- ל-6+. המספרים האלה יישארו על הלוח לאורך כל הפעילות.
- נכתוב במרכז הלוח ביטוי אלגברי, הדומה לביטויים שיהיו במשחק. למשל: $2-b$ או x או $-2x+1$.
- נסביר שבביטוי זה המשתנה x מייצג מספר כלשהו מבין המספרים הרשומים בצד הלוח.
- נשאל את השאלות הבאות (או שאלות דומות):
מה תהיה התוצאה אם נציב בביטוי את הערך 2? ומה תהיה התוצאה אם נציב 3-?
איזה מספר צריך להציב כדי לקבל את הערך הגבוה ביותר?

נשאל את השאלות האלה במטרה לעודד את החשיבה על האופן שבו הצבת מספרים חיוביים לעומת שליליים משפיעה על ערך הביטוי, ולעורר את המודעות לכך שהצבת מספר חיובי לא תמיד מובילה לערך חיובי.

פעילות מרכזית: מרוץ ההצבות (30-40 דקות) – משחק בקבוצות

פתיחה:

- נחלק את התלמידים לקבוצות של ארבעה. כל זוג תלמידים משחק מול זוג תלמידים אחר.
- נחלק לכל קבוצה: שתי קוביות בצבעים שונים (קוביה אחת מייצגת את המספרים החיוביים והשנייה את המספרים השליליים) ושני חיילי משחק.
- נדגים את המשחק במליאה. נקריין את שקף מס' 1. נזמין תלמיד לשחק מולנו צעד או שניים.
- ניתן לתלמידים לשחק במשך 20-30 דקות.

מהלך המשחק:

כל זוג בתור בוחר ומטיל את אחת הקוביות (קוביה עם מספרים חיוביים, או קוביה עם מספרים שליליים). לאחר שהטילו קוביה, התלמידים מציבים את המספר שהתקבל בקוביה בביטוי האלגברי שעליו נמצא חייל המשחק, ונותנים לזוג המתחרה לבדוק אם החישוב שלהם נכון. לאחר שהגיעו להסכמה בנוגע לערך הביטוי לאחר ההצבה – הם מתקדמים מספר צעדים כמספר הערך של הביטוי האלגברי לאחר ההצבה.

למשל, אם התלמידים נמצאים בנקודת ההתחלה $(x+1)$, הזוג הראשון יבחר כנראה את הקוביה החיובית, ואם בהטלת הקובייה מתקבל המספר 5, אז הזוג מקדם את החייל שלו 6 צעדים קדימה. אם נבחרה הקוביה השלילית, החייל צועד 4 צעדים לאחור! לאחר מכן התור עובר לזוג השני. **המטרה** היא להספיק כמה שיותר סיבובים עד שהמורה עוצרת את המשחק.

דגשים לעבודה בקבוצות:

- המשחק מתוכנן כך שזוגות מתחרים אחד בשני, כדי שיוכלו להתייחס ולדון בשיקולים לבחירת קוביה חיובית או שלילית. נעודד את חברי הקבוצה השנייה לבדוק את ההצבה בביטוי האלגברי, לוודא שתוצאת ההצבה היא נכונה.
- חשוב שהזוגות יחשבו ביחד ויפעילו שיקול דעת, ולא שתלמיד אחד ינהל את המשחק כולו. אפשר להציע לתלמידים להחליף ביניהם לסירוגין את התפקיד של בחירת הקוביה.

פעילות העשרה: השוואת ביטויים אלגבריים (30 דקות) – משחק בקבוצות

כשמשווים בין ביטויים אלגבריים המראה של הביטוי עשוי להטעות את התלמידים, היות ומדובר בשימוש באות המייצגת מספרים שונים ולא רק מספר אחד.

דוגמאות לטעויות אפשריות:

- הנחה שהביטוי $2m$ הוא תמיד גדול יותר מהביטוי m . טעות זו יכולה לנבוע מהתפיסה שכפל מגדיל – תפיסה שהיא נכונה בהקשר של מספרים טבעיים, אבל לא תמיד נכונה כשמדובר על מספרים מכוונים.
- קביעה שהביטוי m הוא שלילי, ובפרט תמיד קטן יותר מהביטוי m . טענה זו אמנם נכונה עבור ערכים חיוביים של המשתנה, אך לא עבור אפס ולא עבור ערכים שליליים. זוהי טעות נפוצה כי הטענה נכונה כאשר מופיע מספר חיובי מימין לסימן "מינוס". חשוב להדגיש את המשמעות המשתנה של הסימן באלגברה. כאשר עסקנו במספרים התייחסנו לסימן המינוס כחלק מסמן המספר. אולם, באלגברה צריך להתייחס לסימן כהפעלה של פעולת הנגדי, כלומר m הוא "הנגדי של m ". תפיסה זו היא הרחבה של ההקשר של מספרים, שכן -2 הוא גם הנגדי של 2 .
- שוויון בין m ל- $5m$ נראה בלתי אפשרי כי מדובר במספר ובמספר שגדול ממנו פי 5, אבל עבור $m=0$ מתקיים שוויון.

פעילות זו מאפשרת לחשוף את השגיאות הנפוצות ולדון ברעיונות מסוג זה.

מהלך הפעילות:

- כל זוג תלמידים מקבל לוח מחיק (דף A4 בתוך ניילונית) וטוש מחיק.
- המורה כותבת על הלוח בכל פעם את אחד הביטויים הבאים:

$m > 2m$	1
$m < m+5$	2
$m > -m$	3
$m > \frac{m}{2}$	4
$m = 5m$	5
$3m > \frac{m}{3}$	6

כל זוג תלמידים צריך לדון בשאלה האם הביטוי נכון, ולכתוב על הלוח המחיק את אחד מההיגדים:

- אף פעם לא נכון
 - לפעמים נכון ולפעמים לא נכון
 - תמיד נכון
- לאחר מכן, המורה בוחרת בכל פעם שני זוגות שענו תשובות שונות, והם יצטרכו לשכנע זה את זה עד שתקבל החלטה משותפת בכיתה.

שקפים למורה

קישור למצגת: <https://tinyurl.com/zkwdbte9>
המצגת כוללת את השקפים הבאים:

שקפים מס' 1+2: המשחק



[illegible]

ה

			התקדמו למשבצת הבאה, בחרו מספר חיובי, הציבו ולכו לפי התוצאה	
ההתחלה חזור אל	$-d + 1$	c		
			$(-3 + 2) \cdot a$	
			$-2 \cdot n$	
			$x + 4 - x$	
			$-2 \cdot x + 2$	
			$-2 \cdot y + 1$	
			$3 \cdot (z - 4)$	
$2 \cdot d - 1$	$\frac{\gamma}{\gamma}$	$-x$	התקדמו למשבצת הבאה, בחרו מספר חיובי, הציבו ולכו לפי התוצאה	

התחלה →



$$x + 1$$

$$2 \cdot a - 3$$

$$b - 4$$

+3
צעדים קדימה שלוש

$$3 - c$$

$$x - 7$$

$$2 - a$$

-4
ארבעה צעדים לאחור

$$x - 1$$

$$-y - 1$$

$$2 \cdot (f + 1)$$

$$d$$

$$2 \cdot m$$

$$-c + 2$$

$$x - 6$$

+2
שני צעדים קדימה

$$-e - 1$$

מרוץ
הצבות

שער שלישי
כלים ללמידה מקצועית
בהוראת מתמטיקה
מקדמת שוויון



שער שלישי: כלים ללמידה מקצועית בהוראת מתמטיקה מקדמת שוויון

שער זה כולל ארבעה כלי עבודה שיכולים לשמש את רכזת המתמטיקה או המורה המובילה בלמידה משותפת של צוות המורות וביישום של פדגוגיה מקדמת שוויון בכיתה:

- (א) מודל שנתי ללמידה בצוות;
- (ב) מהלכי הנחיה למפגשי צוות;
- (ג) כלי תצפית וליווי אישי;
- (ד) רשימת סוגיות למיקוד מפגשי למידה ותצפיות.

אתגרים בהוראת מתמטיקה מקדמת שוויון

אפשר לדמיין שיעור אידיאלי שבו תלמידים רבים פעילים, עובדים בשיתוף פעולה, משתתפים בשיח המתמטי, "חושבים מתמטיקה" ומבססים ביטחון ביכולות שלהם. ואולם בדרך כלל יש פער נרחב בין האופן שבו מתוארת פדגוגיה מקדמת שוויון בספרות המקצועית לבין המתרחש בפועל בכיתות. פדגוגיה כזו דורשת תמיכה מערכתית וארגונית בתוך בתי הספר ומחוץ להם ומציבה בפנינו מספר אתגרים:

- **משאבים מקצועיים בעברית –** ככל הידוע לנו, כיום אין תוכנית לימודים או ספר לימוד סדור שבהם אפשר למצוא מערכי שיעור, פרקטיקות וכלים ליישום הוראה מקדמת שוויון. תכנון שיעור הכולל פתיחה, משימות חשיבה, שאלות מנחות ודיון כיתתי הוא תהליך תובעני המצריך זמן ומשאבים רבים. יש לציין כי בשנים האחרונות פותחו מאגרים נרחבים של משימות מבוססות חשיבה בעברית, הנוגעות בנושאים רבים מתוכנית הלימודים (לדוגמה, פט"ל מתמטיקה; מאור ועוד). עם זאת משימות אלו בדרך כלל אינן מלוות במערך שיעור ובהנחיות מפורטות למורה.
- **תפיסות רווחות בהוראת המתמטיקה –** לעיתים פדגוגיה מקדמת שוויון נתפסת ככזאת המקשה על בתי הספר לעמוד בסטנדרטים של מערכת החינוך, כך למשל צוותי הוראה מדגישים את המתח שבין הדרישה ללמד כמות גדולה של נושאים מתמטיים בשעות לימוד מצומצמות יחסית לבין ההעמקה והקצב האיטי הנדרשים בהוראת מתמטיקה מקדמת שוויון. תפיסה רווחת נוספת היא שתלמידים בעלי הישגים נמוכים זקוקים בראש ובראשונה לתרגול פרוצדורלי, ורק לאחר מכן לעיסוק בחשיבה מתמטית.
- **תנאי למידה ופערי ידע –** מורות ומורים בחטיבת הביניים בישראל מתמודדים עם תנאי הוראה לא פשוטים: מספר גדול של תלמידים בכיתה, מתוכם רבים עם קשיי התנהגות ולמידה; פערי ידע גדולים במתמטיקה; מיעוט שעות להכנה ותכנון ההוראה; עומס של נושאים מתמטיים. אתגרים אלו ואחרים מקשים על המורות והמורים לאמץ פדגוגיה המקדמת שוויון במתמטיקה.
- **תפקידים חדשים בכיתה –** פדגוגיה מקדמת שוויון דורשת ממורות ומורים לאמץ תפקידים, מיומנויות ותפיסות שאינם תמיד חלק מהכשרתם או מניסיונם הקודם: להנחות שיח פתוח על רעיונות מתמטיים; להשתתף על רעיונות של תלמידים ולעזור להם להבהיר את חשיבתם (גם אם היא לא "נכונה" באופן מלא); לנהל עבודה עמוקה בקבוצות קטנות ועוד. בשונה משיעור הממוקד בהקניה ובתרגול של פרוצדורה מסוימת, המורה נדרש לנווט את השיעור במרחב של אי-ודאות. גם התגובות של תלמידים לניסיון לשנות את הפדגוגיה בכיתה יכולות לאתגר ניסיונות לשינוי. תלמידים שלמדו מתמטיקה לאורך השנים כאוסף של פרוצדורות שיש ליישמן, מגיעים

לשיעורי מתמטיקה עם ציפיות מסוימות ועשויים להגיב בחשדנות כלפי דרכי הוראה שהם לא רגילים אליהן (למשל, שיעורים שבנויים בעיקר מעבודה בקבוצות).

על אף האתגרים הכרוכים ביישום פדגוגיה מקדמת שוויון, הניסיון המצטבר מהמחקר ומהעשייה בשטח מצביע על תרומתה ללמידה משמעותית ולהרחבת ההשתתפות של כלל התלמידים.

צוות המורות כמרחב ללמידה והתמודדות עם אתגרים ביישום ההוראה

העברת מרכז הכובד של הלמידה המקצועית אל צוות ההוראה (להבדיל מלמידה במסגרת השתלמויות, למשל), הפכה לרווחת בשנים האחרונות. מהלך השקפה מפתח ומקדם אסטרטגיה כזאת¹. הוא מציע חלופה למצב שבו עבודת ההוראה מתבצעת במידה רבה באופן אישי ומבודד. במקום זאת מהלך השקפה משלב את המורים והמורות בקהילות למידה, בהובלת מורה מובילה. בין המורים והמורות בקהילה מתקיים שיח משותף ומתמשך המאפשר תמיכה, היווצרות, ביקורת עמיתים, ניתוח משותף של מקרים מהכיתה, העלאת פתרונות וניסוח דרכי פעולה. כך נבנית בהדרגה תרבות מקצועית משותפת. השיח המתמשך מאפשר לגבש שפה חינוכית מוסכמת ופרקטיקות מקצועיות משותפות. במסגרת מפגשי הצוות אפשר לערוך פעולות שונות:

- **לתכנן יחד את ההוראה והלמידה –** באוגדן זה מוצעות פעילויות מפורטות (ראו שער שני, עמ' 29), שאפשר להשתמש בהן בלמידה בצוות ולהתאימן לבית הספר. עבודה משותפת על הפעילות כוללת הבהרה של המטלה המתמטית, הבנת ההנחיות, תכנון פדגוגי של מהלך השיעור והתאמת הפעילות למאפייני הכיתה.
- **להתנסות כלומדים –** אחד מתהליכי הלמידה המקצועית החשובים מתרחש כאשר מורות מתנסות בפעילות המתמטית וחוות אותה מנקודת מבט של תלמידות ותלמידים. ההתנסות בפדגוגיה מקדמת שוויון בצוות מעלה למודעות סוגיות ומורכבויות, מחדדת רגישויות ומפתחת מיומנויות.
- **לערוך רפלקציה המבוססת על התבוננות בייצוגים מהכיתה –** כדי ליישם פדגוגיה מקדמת שוויון נדרש שינוי של תפיסות רווחות לגבי הוראת המתמטיקה. זהו תהליך מורכב ועדין שאפשר להוביל אותו תוך כדי הלמידה והעשייה המשותפת. כלי ללמידה וקידום של תהליכים רפלקטיביים בצוות הוא שימוש בייצוגים אותנטיים מכיתות – לדוגמה הקלטות וידאו או שמע של אירועים משיעורים, תוצרי תלמידים המובאים מתוך ההתנסויות של המורות בכיתות הלימוד ועוד – וקיום רפלקציה הממוקדת בבעיות ובדילמות פדגוגיות ודיסציפלינאריות העולות מן הסיטואציות המוצגות באותם הייצוגים².

ארבעת הכלים המוצגים להלן נועדו לתמוך בתהליכי הלמידה בצוות שתוארו עד כה. נפתח במודל שנתי המארגן את הלמידה לאורך השנה, ולאחריו נציג מהלכי הנחיה למפגשים, כלי לתצפית וליווי אישי ורשימת סוגיות לדיון במפגשי למידה ותצפיות.

1 מידע נוסף ראו באתר השקפה: <https://hashkafa.macam.ac.il>

2 כלים נוספים לעבודה עם ייצוגים ורפלקציה הממוקדת בבעיות ודילמות בהוראה ראו באתר השקפה: <https://hashkafa.macam.ac.il/learning-spaces> ובאוגדן טיפוח שיח ומנהיגות פדגוגיים: ערכת כלים וחומרים למורה המובילה, למדריכה ולמנחה (2017) (עורכים: דנה דור-וייס ואדם לפסטיין): <https://tinyurl.com/m9a9xtxw>

(א) מודל שנתי ללמידה בצוות

המודל המוצע מאפשר לצוותי ההוראה להתאים את הלמידה לצרכים הייחודיים של בית הספר שלהם. המודל משלב מפגשים המתמקדים בהוראה ולמידה של תכנים מתמטיים ומפגשים העוסקים בסוגיות הנוגעות לדרכי הוראת מתמטיקה המקדמת שוויון.

המודל מסייע בתכנון ובבנייה של תוכנית המפגשים והנושאים שבהם הצוות ירצה לעסוק לאורך השנה. המודל כולל שלושה רצפי למידה, וכל אחד מהם מתמקד בנושא מרכזי אחר (ראו שרטוט). הנושא יכול להיות נושא מתמטי (למשל, משוואות, מספרים מכוונים, זוויות) או פרקטיקה פדגוגית שרוצים ליישם (למשל, שילוב חידות בהוראה, דרכי עבודה בקבוצות).

כל רצף למידה כולל שלושה מפגשים:

מפגש 1: התנסות ולמידת עומק של הנושא

מפגש זה עוסק בידע מקצועי על הוראת התוכן המתמטי, ובמהלכו נבחן אתגרים שתלמידים נתקלים בהם בלמידת המושגים המתמטיים. במפגש המורות מתנסות כלומדות במשימות מתמטיות המגלמות את העקרונות של הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון, ובוחנות יחד כיצד לשלב את המשימות בהוראה בכיתה וכיצד הן יכולות לתמוך בהבנת הרעיונות המתמטיים.

מפגש 2: הכנת חומרי לימוד ובחירת סוגיה פדגוגית

במפגש זה המורות מכינות את חומרי הלמידה ומתאימות אותם לצרכים הייחודיים של כל כיתה. כחלק מתכנון ההוראה המורות אף חושבות יחד כיצד עקרונות ההוראה המקדמת שוויון באים לידי ביטוי בחומרי הלמידה. באוגדן זה מוצעות שבע פעילויות מתמטיות המבוססות על עקרונות להוראת מתמטיקה מקדמת שוויון שיכולות לשמש את המורות ולהיות בסיס להכנת השיעורים והתאמתם לכיתות (ראו עמ' 29).

במפגש נשתף באתגרים ובחששות פדגוגיים הנוגעים ליישום השיעורים שהמורות תכננו ונבחר סוגיה פדגוגית הנוגעת לצוות (ראו עמ' 109). בסיום המפגש המורות יוצאות עם חומרי הלמידה ומתנסות בהם בכיתות.

לאחר מפגש 2: התנסות בכיתות ואיסוף ייצוגים

לאחר מפגש 2 המורות מתנסות בכיתות בחומרי הלמידה שפיתחו. תוך כדי ההתנסות המורות אוספות ייצוגים: הן מתעדות את מה שמתרחש בכיתות שלהן ביחס לסוגיה שבחרו במפגשי הצוות (למשל באמצעות איסוף עבודות של התלמידים, תיעוד של תהליך העבודה של התלמידים או כתיבת רשמים מיד אחרי השיעור).

אם מתאפשר, המורה המובילה יכולה לתמוך משמעותית באיסוף ייצוגים מפורטים יותר באמצעות ליווי אישי של המורות בכיתות. למשל, באמצעות תצפית ותיעוד הדיון בכיתה או בקבוצה, תיעוד תהליך עבודה של קבוצה מסוימת או התבוננות באופן השתתפות של תלמידים מסוימים לאורך השיעור.

מפגש 3: רפלקציה והעמקה בסוגיה הפדגוגית

במפגש זה המורות מתבוננות על ייצוג (מתוך אחת הכיתות) הרלוונטי לסוגיה שבחרו ומקיימות דיון בנושא³. הן בוחנות דרכי התמודדות עם הסוגיה ודנות בשינויים אפשריים בחומרי הלמידה, ככל שהדבר נדרש. מפגש זה הוא גם הזדמנות לשתף ברשמים ובחוויית מתוך ההתנסויות של המורות בכיתות.

3 כלים נוספים לעבודה עם ייצוגים ורפלקציה הממוקדת בבעיות ודילמות בהוראה ראו באתר השקפה:

<https://hashkafa.macam.ac.il/learning-spaces> ובאוגדן טיפוח שיח ומנהיגות פדגוגיים: ערכת כלים וחומרים למורה המובילה, למדריכה ולמנחה (2017) (עורכים: דנה ודר-וייס ואדם לפסטיין): <https://tinyurl.com/m9a9xtxw>



פגישת מבוא

היכרות עם עקרונות הוראה מקדמת שוויון /
העמקה בתיאוריות למידה מתמטית.

נושא 1



מפגש 1:

התנסות ולמידת עומק של הנושא
המורות מתנסות כלומדות במשימות מתמטיות ומתמקדות בסוגיות העוסקות בתוכן המתמטי.



מפגש 2:

הכנת חומרי לימוד ובחירת סוגיה פדגוגית
המורות מכינות ומתאימות חומרי לימוד לצרכים הייחודיים של כל כיתה; המורות בוחרות סוגיה פדגוגית הנוגעת להוראת מתמטיקה מקדמת שוויון.



לאחר המפגש:

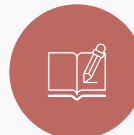
התנסות בכיתות ואיסוף ייצוגים
המורות משתמשות בכיתות בחומרי הלמידה שפיתחו; המורות מתעדות את מה שמתרחש בכיתות שלהן ביחס לסוגיה הפדגוגית שבחרו.



מפגש 3:

מפגש רפלקציה והעמקה בסוגיה הפדגוגית
המורות משתפות רשמים, מתבוננות על ייצוג רלוונטי לסוגיה מאחת הכיתות ודנות בסוגיה הפדגוגית.

נושא 2



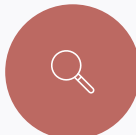
מפגש 1



מפגש 2

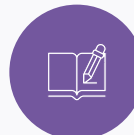


לאחר המפגש



מפגש 3

נושא 3



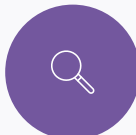
מפגש 1



מפגש 2



לאחר המפגש



מפגש 3

פגישת סיכום ופרידה

סיכום התהליך השנתי ותכנון להמשך.

(ב) מהלכי הנחיה למפגשים בצוות

מבני המפגש המוצעים כאן נועדו לסייע בהובלת דיון מקצועי בסוגיות של הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון ולפתח למידה משותפת בצוות. חשוב לזכור שהמתווים הם כלי עזר והכוונה והם אינם "מתכון" נוקשה. מומלץ לשמור על גמישות ולאפשר התאמה לצרכים הייחודיים של כל צוות, לניסיון המעשי של המורות ולדינמיקה הייחודית של הצוות.

פגישת מבוא

במפגש זה נעמיק בעקרונות של הוראה מקדמת שוויון באמצעות התנסות פעילה.

הצעה למהלך המפגש:

- **התנסות בפעילות א' מתוך השיעור "מהו שטח פנים?" (ראו עמ' 52):** המורות מתנסות בפעילות כתלמידות. לאחר מכן הן בוחנות את הפעילות ומזהות בפעילות עקרונות שיכולים לעודד למידה פעילה של כלל התלמידים. מתוך ההתנסות והדיון, אפשר לזהות עקרונות מרכזיים של הוראה מקדמת שוויון ולהעמיק במשמעותם (לפירוט העקרונות ראו שער ראשון, עמ' 15).
- **דיון במשימה:** נבחן כיצד נוכל ליישם את המשימה ולהתאימה לאופי הייחודי של הכיתות ולהקשר הבית ספרי.
- **הצגת המודל השנתי ללמידה:** בהתבסס על מטרות הלמידה נציג את המודל ללמידה בצוות (ניתן להיעזר במודל שהוצג בעמ' 105-106 ולהתאימו לצוות).

מפגש 1: התנסות ולמידת עומק של הנושא

אנו מציעים לכלול במפגש את המרכיבים האלה:

- **דיון בקשיים בהבנת הנושא המתמטי ובהוראתו –** בחלק זה של המפגש נזהה את הקשיים בהבנת הנושא המתמטי וננתח יחד את המקורות לקשיים אלו. נשאל למשל: אילו קשיים בחשיבה של התלמידים על אותו נושא חוזרים על עצמם בכיתות? לחלופין אפשר להביא דוגמאות לדרכי פתרון ותשובות של תלמידים, לנתח אותן יחד ולשאול על סיבות אפשריות לקשיים. בשיח מסוג זה עולות לעיתים גם הצעות להתמודדות עם הקשיים ואסטרטגיות להוראת הנושא. חשוב להביא בחשבון גם את הידע המקצועי של חברי הצוות, עם זאת בשלב זה המטרה המרכזית היא לזהות ולהבין את האתגרים המרכזיים בהוראת הנושא כדי לתת עליהם את הדעת בשלב מאוחר יותר כשנתנסה בפעילויות המתמטיות.
- **התנסות פעילה "כלומדות" ודיון בהזדמנויות ובאתגרים –** נבחר בפעילות אחת (או בכמה פעילויות) מתוך האוגדן ונזמין את המורות להתנסות בהן כתלמידות. המורה המובילה תנחה את הפעילות כפי שהייתה מנחה אותה בכיתה. רוב מערכי השיעור בנויים ממספר פעילויות. בהתאם למגבלות הזמן, לרמת האתגר ולמטרות הלמידה, נחליט באילו פעילויות להתנסות. אפשר לבחור רצף מלא מתוך מערך שיעור אחד, או לשלב פעילויות מכמה מערכים. לאחר ההתנסות בכל אחת מהפעילויות חשוב לדון ביתרונותיה ובאתגרים שעשויים להתעורר בעת העברתה בכיתה.
- **כרטיס יציאה –** נקדיש זמן לבחירה של מערכי השיעור שעליהם נעבוד במפגש הבא. נבקש מהמורות לענות בכתב על השאלה: על איזה מערך שיעור ארצה לעבוד ולהתאימו לכיתה שלי? מדוע? מהן ההזדמנויות ומהם האתגרים שמערך שיעור זה מזמן?

נקדיש זמן לחשיבה אישית רפלקטיבית של המורות. כרטיס היציאה הוא שאלה המכוונת כל אחת מהמורות לבחון את ההתנסות מנקודת מבטה ולחשוב גם על היישום בכיתות לימוד. כרטיס היציאה עוזר להתכונן למפגש הצוות הבא ולהתאימו לצורכי הצוות.



מפגש 2: הכנת חומרי לימוד ובחירת סוגיה פדגוגית

במפגש זה המורות עובדות על מערכי השיעור ומתאימות אותם לצרכים הייחודיים שלהן ושל כיתותיהן.

מהלך המפגש כולל:

1. התאמה של מערכי השיעור לצרכים הייחודיים של הכיתות ושל המורות – המורות חושבות יחד (בזוגות או בקבוצות קטנות) כיצד להתאים את אחד ממערכי השיעור לצורכיהן ולצורכי הכיתה. במהלך העבודה המשותפת המורות עוברות על המדריך למורה, מדמיינות כיצד יועבר השיעור הכולל בכיתה שלהן ועורכות שינויים נחוצים כדי להתאים את השיעור לתנאים שבהם הן מלמדות. השינויים יכולים להיות, למשל, בניית פעילות פתיחה חלופית שתקשור את השיעור טוב יותר לנעשה בכיתה; יצירת דף תרגול חלופי, פשוט יותר או דווקא מורכב יותר, וכדומה. התאמת השיעור מייצרת תחושה של בעלות וביטחון בהעברת השיעור בכיתה. בשלב זה נזמין את המורות לתכנן גם את המיקום הספציפי של השיעור ברצף ההוראה וכיצד לקשור אותו בצורה טובה למה שנלמד לפניו ויילמד אחריו. נכון את המורות להתייחס במהלך התכנון לתובנות ולאתגרים שעלו במפגשי צוות קודמים.

ניתן להיעזר בדף ההנחיות להתאמת מערכי השיעור.



• **קוראות (כל אחת לבד) את מערך השיעור –** תוך כדי הקריאה נסמן לעצמנו: (1) דגשים חשובים; (2) חלקים שבהם נדרשים שינויים.

• **חושבות יחד על מיקום השיעור ברצף ההוראה –** כדאי לחשוב על המיקום של השיעור ברצף ההוראה הכללי תוך כדי עיון בספר הלימוד. נבחן: (1) באיזה אופן מערך השיעור מתחבר לספר? (2) מה חשוב שיקרה לפני השיעור? (3) איך כדאי להמשיך ללמד אחרי השיעור?

• **בונות יחד מערך שיעור מותאם –** נתאר את השינויים שהחלטנו לערוך בשיעור המקורי. נסביר בקצרה את השיקולים שהובילו לשינויים. נבחן איך השינוי משרת את הלמידה בצורה טובה יותר או באיזה אופן הוא מותאם יותר לצרכים השונים בכיתה. ניתן דעתנו גם לאופן שבו תכננו לשלב עבודה בקבוצות במהלך השיעור.

2. שיתוף הצוות בשינויים ובהתאמות שכל זוג ביצע ובשיקולי הדעת העומדים בבסיס השינויים. הדיון מאפשר לכל המורות בצוות להיחשף למערכי השיעור השונים ולשקול את האפשרות לאמץ את השיעור המותאם או לאתגר את השינויים שהוצעו.

3. בחירה בסוגיה פדגוגית הנוגעת לצוות ותיאום התייעוד של ההתנסות בכיתות – נציף את התחושות לקראת היישום בכיתות ונזהה סוגיה שמעסיקה ומעניינת את כלל חברות הצוות. אפשר לעשות זאת באמצעות כרטיס היציאה: מה מעסיק אותי / מהם החששות שלי בנוגע להעברת השיעור? נתכנן כיצד נתעד את ההתנסויות של המורות בכיתה (איסוף הייצוגים), אילו ייצוגים נאסוף (הקלטה, דפים וכדומה) ונתכנן מועדים לליווי אישי של המורה המובילה בכיתות.

מה מעסיק אותי? מהם החששות שלי בנוגע להעברת השיעור?



כשאת/ה מדמינ/ת את עצמך מעביר/ה את השיעור בכיתה, מה צפויים להיות האתגרים המרכזיים שלך כמורה?
מה צפויים להיות האתגרים המרכזיים של התלמידים?

באיזו מידה השאלות והחששות הבאים מעסיקים אותך בהקשר להעברת השיעורים שתיכננו?

יש לדרג את השאלות בסולם מ-1 עד 6 (6 – שאלה שמעסיקה אותי מאוד, 1 – שאלה שכלל אינה מעסיקה אותי). אפשר להוסיף הערות ושאלות נוספות.

השאלה שמעסיקה אותי	הדירוג שלי	מוזמנ/ת להעיר אם המוקד לא מדויק מספיק
1 האם יהיו תלמידים שיתנגדו לעבוד יחד? איך אשכנע אותם?		
2 האם הקבוצות יצליחו להתארגן במהירות לעבודה המשותפת ולהתמקד במשימה המתמטית לאורך זמן, בלי לגלוש לשיח שאינו שייך לנושא?		
3 האם בזמן העבודה בקבוצות או בזוגות כולם ישתתפו בשיח ויתרמו באופן פעיל לעבודה המשותפת? האם התלמידים באמת יחשבו יחד, יקשיבו זה לזה וישתפו זה את זה?		
4 איך אצליח "לעקוב" אחרי מה שקורה בקבוצות השונות? איך אחליט אל מי לגשת ואיך נכון להתערב?		
5 האם המשימות והפעילויות יאתגרו מספיק את התלמידים החזקים יותר בכיתה?		
6 האם התלמידים שקשה להם יותר יצליחו להשתתף באופן פעיל בחשיבה על המשימות?		
7 איך אצליח להבין את הרעיונות והפתרונות שהתלמידים יציעו ולהתייחס אליהם בצורה נכונה?		
8 איך אעבוד נכון וברגישות עם טעויות וחשיבה של תלמידים שהיא נכונה חלקית?		
9 איך התלמידים יעבדו עם הייצוג? האם הוא יסייע להם להבין את הרעיון המתמטי?		
10 איך אצליח לקיים שיח במליאה על דרכי פתרון שונות? איך אוביל את הדיון הכיתתי כך שתלמידים יתייחסו זה אל זה ויבנו על הרעיונות של קודמיהם?		
11 איך אגרום לכולם להקשיב ולהשתתף בדיון במליאה (ולא להשתעמם ולהתנתק)?		
12 איך אסכם את הפעילות כך שהתובנות יהיו קשורות לרעיונות שהתלמידים הביאו? איך אקשור בין מה שיקרה בפעילות ללמידה פורמלית יותר?		
אחר:		

מפגש 3: מפגש רפלקציה והעמקה בסוגיה הפדגוגית

מפגש זה מתקיים לאחר שהמורות יישמו בכיתות אחד או יותר מהשיעורים שתכננו. מטרת המפגש היא להעמיק בהוראת מתמטיקה מקדמת שוויון באמצעות התבוננות משותפת בייצוגים שהביאו המורות⁴. למפגש זה כדאי לבחור מראש ייצוג מאחת הכיתות שרלוונטי לסוגיה. המפגש כולל:

- **התייחסות למשימות ולפעילויות שהתקיימו בכיתות –** המורות משתפות בתובנות וברשמים מההתנסויות בכיתות. ניתן לשאול: מה הפתיע אתכן? מה עבד יותר טוב ומה פחות?
- **ניתוח של ייצוג⁵ –** נתמקד בייצוג וננסה להבין מה התרחש בכיתה באופן רחב, ובפרט בהתייחס לסוגיה הפדגוגית. נדון בשיקולים אפשריים של המורה שייתכן ועמדו בבסיס ההחלטות שלה לאורך השיעור.
- **דיון באתגרים מעשיים –** ניתן לשאול עם אילו אתגרים התמודדו התלמידים? איך המורה תמכה בהם? עם אילו אתגרים התמודדה המורה? כיצד?
- **דיון בהתאמות פדגוגיות –** לאור ההתבוננות שלנו בייצוג ובדיון בו, נשאל מה כדאי לשנות בפעם הבאה? כיצד ניתן לשכלל את הפעילות לאור ההתנסויות?
- **כרטיס יציאה –** נרכז את הרעיונות לשיפור ההוראה ונכתוב אותם במסמך משותף. אם ישנם שינויים במערכי שיעור ספציפיים נוסיף אותם.

4 כלים לעבודה עם ייצוגים ורפלקציה הממוקדת בבעיות ודילמות בהוראה ראו באתר השקפה:

<https://hashkafa.macam.ac.il/learning-spaces>; ובאוגדן טיפוח שיח ומנהיגות פדגוגיים: ערכת כלים וחומרים למורה המובילה, למדריכה ולמנחה (2017) (עורכים: דנה ודרייס ואדם לפסטיין): <https://tinyurl.com/m9a9xtxw>

5 הרחבה על ניתוח ייצוגים ראו בחומרים באתר השקפה: <https://hashkafa.macam.ac.il/learning-spaces>; ובאוגדן טיפוח שיח ומנהיגות פדגוגיים: ערכת כלים וחומרים למורה המובילה, למדריכה ולמנחה (2017) (עורכים: דנה ודרייס ואדם לפסטיין): <https://tinyurl.com/m9a9xtxw>

(ג) כלי לתצפית וליווי אישי

רכזות מתמטיקה ומורות מובילות יכולות להיעזר בתצפיות כחלק מתהליכי ליווי אישי ופיתוח מקצועי של מורות. תהליך זה פורה במיוחד כאשר המורה הצופה מתבוננת באופן חקרני במה שקורה בכיתה במהלך השיעור, למשל: בפעולות ובשיח של התלמידים, בפעולות המורה, באינטראקציות שבין התלמידים ובין המורה לתלמידים. תצפית כזו יכולה לתמוך בפיתוח מקצועי אישי של המורה הנצפית ולשמש גם בסיס לעבודה ולמידה משותפת בצוות. לצד היתרונות וההזדמנויות של התצפית והליווי האישי, תצפית עלולה לעורר חששות מובנים – פער בין הראוי למצוי, שיפוטיות מצד המתצפתת וחשיפה לביקורת מצד הצוות. לאור זאת חשוב להקפיד להתבונן ולדון יחד במה שנעשה בשיעור באופן חקרני, רגיש וגמיש, ולהתמקד בלמידה ולא בשיפוט.

הכלי שלפניכם מיועד למורה מובילה, לרכזת, למדריכה או לכל אשת חינוך שמלווה ומנחה מורות מתמטיקה. הכלי בנוי משלושה שלבים כלליים לעריכת תצפית: **(1) פעולות לפני התצפית**; **(2) תיעוד הפעילות בכיתה במהלך התצפית**; **(3) פעולות בעקבות התצפית**. לכל שלב צירפנו גם כלי עבודה שיכול לסייע לעריכת התצפית.

(1) פעולות לפני התצפית	(2) תיעוד הפעילות בכיתה במהלך התצפית	(3) פעולות בעקבות התצפית
שיחה קצרה הכוללת: 1. התייחסות למהלך השיעור והחלטה משותפת על מוקדי התצפית. 2. תיאום ציפיות בנוגע לתפקיד המורה המתצפתת.	במהלך הצפייה כדאי לתעד את ההתרחשויות בשיעור ולהתייחס לפעולות ולשיח של התלמידים ושל המורה. כדאי להתבונן על היחסים בין המשתתפים בשיעור ועל האופן שבו הם מתמודדים עם מצבים שונים.	שלב 1: רגע של נשימה לאחר השיעור – שיחה קצרה עם המורה המלווה מייד לאחר התצפית. כדאי לתת למורה תחושה טובה שמעריכה את החשיפה והמאמץ; חשוב להקשיב למורה ולמחשבות שעלו בעקבות השיעור. שלב 2: עיבוד ראשוני של המורה המתצפתת – כדאי להקדיש כמה דקות מייד אחרי השיעור כדי לזכור את הדברים שהתרחשו ולרשום התרשמויות מרכזיות. שלב 3: שיחת סיכום עם המורה המלווה – לשיחה יש שתי מטרות מרכזיות: (1) דיאלוג העוסק בממצאי התצפית – רפלקציה ופיתוח תובנות משותפות בנוגע לתהליכי ההוראה והלמידה בשיעור; (2) זיהוי תובנות מרכזיות בנוגע לסוגיה שנבחרה ללמידה בצוות. שלב 4: חיבור ללמידה בצוות המורות: נבחר במה לשתף במפגש הצוות ובאיזה אופן.
טבלה לשיחת הכנה לתצפית – עמ' 112.	מתווה למהלך תצפית בשיעור – עמ' 113.	מתווה לשיחת סיכום עם המורה המלווה – עמ' 116.

1) פעולות לפני התצפית

לפני השיעור המורות מקיימות שיחה קצרה כדי לתכנן את התצפית. השיחה כוללת:

- 1. תיאור מבנה השיעור והחלטה משותפת על מוקדי התצפית בהתאם לסוגיה או לסוגיות שמעסיקות את המורה ואת הצוות** (למשל, שיח בין תלמידים במהלך עבודה בקבוצות; משוב של המורה הניתן לפתרונות של תלמידים; השתתפות של תלמידים שונים בשיח במליאה; ועוד). כרטיסי היציאה שהצוות (והמורה הנצפית) מילאו בסיום מפגש 2, בשלב בירור הסוגיה הפדגוגית, יכולים לשמש נקודת פתיחה טובה להגדרה משותפת של הסוגיה הפדגוגית שבה תתמקד התצפית.
- 2. תיאום ציפיות בנוגע לתפקיד המורה הצופה בשיעור:** משך התצפית – האם תתקיים במשך שיעור שלם או רק בחלקו? איפה המורה הצופה תשב? האם היא תהיה פעילה או מתבוננת בלבד? באילו תלמידים או קבוצות המורה רוצה שהמתצפתת תתמקד ולמה? ניתן להיעזר בדף הכנה לתצפית המוצג כאן.



תאריך ושעה: _____ כיתה: _____ נושא השיעור: _____
סוגיה מרכזית _____
(ניתן להיעזר בסוגיות המוצעות בכלי הרביעי באוגדן בעמ' 117 ומוצגות כאן ככותרות)

עבודה בקבוצות (1)	עבודה במליאה: איסוף רעיונות, דיון וסיכום (2)	דרכי חשיבה של תלמידים (3)
• התנגדויות לעבודה בקבוצות/ זוגות • מיקוד במשימה והתמדה מול אתגר • השתתפות של תלמידים בעבודה המשותפת • אופי הדיון וההתייחסות של תלמידים לרעיונות של חבריהם • דרכי התערבות של המורה בעבודה בקבוצות	• איסוף הרעיונות על ידי המורה לדיון במליאה: בחירה והצגה של רעיונות או דרכי פתרון שונים (נכונים ושגויים) • הנחיית דיון מתמטי במליאה מעורבות, השתתפות והקשבה של תלמידים במהלך דיון במליאה • קישור בין הרעיונות, סיכום ולמידה של רעיונות מתמטיים	• חשיבה מתמטית של תלמידים – ביטויים ודרכים לעודד את החשיבה ולהנכיח אותה • טעויות כבסיס ללמידה • התמודדות של תלמידים שונים בכיתה ההטרוגנית עם המשימה המתמטית • שימוש בייצוגים מילוליים, חזותיים וסימבוליים בכיתה ודרכי עבודה

שאלות מנחות לתצפית

(ניתן להיעזר ברשימת סוגיות למפגשי למידה ותצפיות בעמ' 117 או לבחון יחד עם המורה במה להתמקד בתצפית)

1. _____
2. _____
3. _____

דגשים

- תלמידים מסוימים שכדאי לשים אליהם לב בצפייה: _____
- תכונות מיוחדות של הקבוצה: _____
- סוגיות רגישות: _____

מה תפקידה של המורה המתצפתת בשיעור הזה?

- תצפית בלבד (מיקום: _____)
- תיעוד חזותי (צילום לוח/עבודות/אחר)
- השתתפות חלקית (באילו שלבים: _____)
- הקלטה/תיעוד של חלקים נבחרים מהשיעור (_____)

2) תיעוד הפעילות במהלך התצפית

במהלך התצפית המורה המתצפתת מתבוננת במתרחש בשיעור ומתעדת את מה שהיא רואה. אפשר להתייחס לשיח בשיעור, לפעולות של התלמידים ושל המורה ולתוצרים בהתהוות, תוך כדי תהליך העבודה ובסופו ואף לתעד את מה שנכתב על הלוח. כדאי להתבונן על היחסים בין המשתתפים בשיעור ועל האופן שבו הם מתמודדים עם סיטואציות שונות. לצד מה שרואים, חשוב לכתוב גם תחושות ומחשבות שקשורות בסוגיה שנבחרה ללמידה מהתצפית. התחושות יכולות לתמוך בהבנה של הסיטואציה, אבל גם יכולות להטות אותה מעט. על כן, מוטב שהמתצפתת תיכנס לצפות בשיעור לא באופן שיפוטי אלא מתוך נקודת מבט חקרנית וביקורתית תוך שהיא מביאה בחשבון את שיקולי הדעת של המורה המלווה.

מתווה למהלך תצפית בשיעור



תאריך: _____ שעה: _____ משך התצפית בפועל: _____ סוגיה שנבחרה לתצפית: _____

תיאור התצפית (כדי לתעד את מהלך השיעור צרו טבלה כזו ומלאו אותה לאורך התצפית)

זמן	מה קרה?	מחשבות
	נכתוב בפירוט ככל האפשר את מה שהתרחש בשיעור. נתבונן ונתעד את השיח של המורה והתלמידים. כדאי להתייחס לדרכי ההשתתפות ולתוכן. אפשר להתייחס לשאלות: מי מהתלמידים משתתף? מי לא משתתף? מה הם אומרים? איך הם משתתפים? אילו רעיונות ודרכי פתרון עולים? כדאי להתבונן גם על התנועות, על הפעולות ועל האינטראקציות בין המשתתפים.	חשוב לכתוב את מה שרואים וחושבים או מרגישים. עם זאת נתמקד בתצפית בסוגיה שנבחרה.

ייצוגים חזותיים

כדאי לצלם או לתעד את השיעור בדרך אחרת. כדאי לתעד את מה שמתרחש בשיעור מעבר לפתרון או לתוצאה של תהליכים בשיעור. לפעמים תיעוד תהליך (למשל, הסבר לפתרון מתמטי) יכול לסייע לנו.

האם תיעדתי?

- | | |
|--|--|
| את הלוח: | עבודות תלמידים: |
| ☐ צילום לוח בתחילת השיעור | ☐ דוגמאות לדרכי פתרון שונות |
| ☐ צילום בסיום עבודה קבוצתית | ☐ עבודות המציגות תהליכי חשיבה |
| ☐ צילום בסיום דיון כיתתי | ☐ טעויות מעניינות ופוריות |

הערות נוספות:

(3) פעולות בעקבות התצפית

שלב 1: רגע של נשימה לאחר השיעור – חשוב לקיים שיחה קצרה עם המורה המלווה מייד לאחר התצפית. כדאי לתת למורה תחושה טובה שמעריכה את החשיפה ואת המאמץ מצידה ואף לשתף את המורה בנקודות בשיעור שבהן זיהינו היבטים חיוביים. כמו כן, חשוב להקשיב למורה, לסיפורים ולמחשבות שלה שעלו בעקבות השיעור, ולהתייחס לכך בתהליך העיבוד שלאחר התצפית (כשנתכנן את שיחת הסיכום ננסה להתחבר למה שעניין והעסיק את המורה בעקבות השיעור). בסוף מפגש קצר זה חשוב לקבוע מועד לשיחת סיכום.

שלב 2: עיבוד ראשוני של המורה המתצפת – מחשבות רבות על השיעור מתעוררות אצל המורה המתצפתת מייד עם היציאה מהתצפית. לפעמים אלו תובנות ברורות ולפעמים רק חלקי מחשבות, אירועים שונים מהשיעור מתחילים להתחבר זה לזה ואירועים מסוימים נראים חשובים יותר מאחרים. חשוב להקדיש מספר דקות מייד אחרי השיעור כדי לתעד ולעבד את המחשבות והתובנות. מומלץ לרשום התרשמויות מרכזיות, למשל: מה הכי בלט בשיעור? מה תמך או הפריע לתהליכי הלמידה? מה הפתיע אותי? אילו רגעים היו מעניינים במיוחד ביחס לסוגיה שנבחרה?

שלב 3: שיחת סיכום עם המורה המלווה – לשיחה המשותפת יש שתי מטרות מרכזיות: (1) דיאלוג העוסק בממצאי התצפית – רפלקציה ופיתוח תובנות משותפות ביחס לתהליכי ההוראה והלמידה בשיעור; (2) זיהוי אירועים חשובים הרלוונטיים לסוגיה הנבחרת שיכולים להיות גם רלוונטיים לחקירה ולפרשנות של כלל הצוות.

עקרונות מנחים לשיחה:

בניית אמון – יצירת מרחב בטוח לשיתוף בחוסר ודאות, בקשיים ובחששות.
סקרנות – גישה חקרנית ורגישה, תמיכה בקשיים שעלו בשיעור לצד חקירה מקצועית, תוך הימנעות משיפוט או הצעת פתרונות מהירים.
התייחסות לסוגיה הקבוצתית – חשיבה משותפת על מה שהתרחש לאור הנושאים שצוות המורות בחר לחקור השנה.

המורה המתצפתת מנהלת את השיח בלי לשלוט בו. היא מציעה כיווני חשיבה אך לא קובעת מסקנות. כדי להוביל את הדיון כדאי לשאול שאלות פתוחות שמעמיקות את החקירה. בעמוד 116 ניתן למצוא מתווה לשיחת סיכום עם המורה המלווה.

מאילו מצבים נרצה להימנע בשיחה? כיצד אפשר לזהות שגלשנו לשם?

כאשר השיחה הופכת לשיחת הערכה – שימי לב לסימנים לכך שהשיחה יוצאת ממסלול הלמידה המשותפת והופכת לשיחת הערכה, בשונה משיחה הממוקדת בניסיון להבין ולפרש את האירועים. נזהה שיחה כזו אם היא כוללת ביטויים כמו "את עושה מצוין אבל..." או "הייתי עושה זה אחרת...", שימוש מרובה במילה "צריך" במקום "אפשר" או "יכול להיות", וכן התגוננות או הצדקה של המורה המלמדת. כשמזהים מצב כזה, חשוב לעצור ולכוון את השיחה בעזרת משפטים כמו "רגע, אני חושבת שאנחנו קופצות מהר מדי לפתרונות. בואי נחזור למה שראינו..." או "אני רוצה לוודא שאנחנו חוקרות יחד, לא שאני נותנת לך עצות. איך זה מרגיש לך?".

כאשר השיחה הופכת שטחית ולא מעמיקה בנוגע לסוגיות מקצועיות שנבחרו – השיחה עלולה להיות שטחית במובן זה שהיא מתמקדת רק בהערות כלליות על השיעור, בבעיות טכניות קטנות כמו לוח לא נקי או רעש מבחוץ, או כשנמנעים משיחה על הנושאים המהותיים שהוגדרו מראש. כדי לחזור ולהעמיק אפשר לשאול שאלות כמו, "זה מעניין, בואי ננסה לחזור למה שהכי עניין אותנו לחקור..." או "איך מה שאת אומרת מתחבר לשאלה המרכזית שלנו על...?". אפשר גם להתייחס לדוגמאות קונקרטיות שתועדו ולבחון אותן לעומק. זה מאפשר להעמיק בסוגיות המקצועיות הרלוונטיות.

כאשר האווירה נעשית מתוחה – מתח באוויר מתבטא לרוב בכך שהמורה שלימדה בשיעור מתחילה להתגונן ומצדיקה את הפעולות שלה. לעומתה המורה המובילה מרגישה שהיא צריכה "לתקן" או "ללמד" את המורה שלימדה. במצבים כאלה יש לרוב חוסר שיתוף אמיתי שמתבטא בתשובות קצרות וסגורות, והתמקדות מופרזת רק במה שלא עבד. כדי לפרוק מתחים כאלה כדאי לעצור את השיחה ולהגיד "אני מרגישה שמשהו השתנה באוויר כאן...", לחזור להתייחס לתחושות ולשאול "איך את מרגישה עכשיו עם הדיון?", להזכיר את המטרות המשותפות – "אנחנו פה כדי ללמוד יחד, לא כדי למצוא פתרונות מושלמים", ולקחת אחריות – "יכול להיות שאמרתי משהו שהרגיש כמו ביקורת?".

שלב 4: חיבור ללמידה בצוות המורות – בשלב זה נבחר יחד מה לשתף במפגש הצוות ובאיזה אופן.

שאלות סיכום:

- מה אנחנו רוצות לחקור עוד בכיתות שלנו וגם עם העמיתות שלנו?
- איזה סיפור או שאלה יסייעו לעמיתות שלנו ללמוד?
- איך נוכל להציג את זה בצורה שתזמין דיון ולא תוביל מייד לתשובות סופיות?

קביעת הצעדים הבאים:

- | | |
|---|--|
| (1) אילו חומרים שתיעדנו נעביר לצוות המורות, ומהם הייצוגים שבהם נתמקד? | (2) במה כדאי שנתמקד? מהי השאלה לדיון בצוות? |
| ☐ תמלול קטע דיון משמעתי | (3) האם יש צורך בפעולות נוספות לקראת מפגש הצוות? |
| ☐ תרשים השתתפות בדיון | |
| ☐ דוגמאות לדרכי פתרון של תלמידים | |
| ☐ צילום לוח מתהליך עבודה | |
| ☐ גרף התפלגות תשובות | |
| ☐ אחר: _____ | |



המתווה כולל הצעה לשלבים לשיחת סיכום לאחר התצפית והצעות לשאלות.

חלק 1: השיעור ומחשבות שעלו בעקבותיו:

נבחר כמה שאלות מתוך אלה המוצעות כאן:

- איך הרגשת במהלך השיעור ואחריו?
- מה הפתיע אותך בתגובות התלמידים?
- היו רגעים שהיית רוצה להתמודד איתם אחרת?
- יש משהו שמטריד אותך כרגע?
- אילו מצבים נוספים הפתיעו אותך?
- אילו רגעים בשיעור שימחו או ריגשו אותך? מדוע?

חלק 2: חשיבה משותפת על הסוגיה המרכזית (שבחרנו גם ללמידה בצוות)

(1) פתיחה:

חשוב יחד איך הסוגיה שבחרנו להתמקד בה באה לידי ביטוי בשיעור היום. אם קשה לחשוב על הקשר בין התצפית הנוכחית לסוגיה, ניתן לשאול: יכול להיות שהסוגיה לא באמת באה לידי ביטוי בשיעור היום? זה בסדר גמור. מה כן הופיע שמעניין אותנו ונרצה לחשוב עליו לעומק?

(2) תיאור משותף של האירועים:

נשחזר את רצף האירועים. נזמין את המורה לתאר את מה שהיא זוכרת ושמה לב אליו בנוגע לאירועים הרלוונטיים, ובהמשך נשלים מידע מתוך התיעוד מהכיתה.

(3) חקירה ופרשנות משותפת:

בחלק זה נרצה לפתח הבנה משותפת בנוגע למשמעות התהליכים שקרו בשיעור. נתייחס לסיטואציה מסוימת שבחרתן בשיחה ורלוונטית לסוגיה, ונדון יחד בשאלות המוצעות בחלק זה ובשאלות נוספות. נחשוב מראש באילו שאלות להתמקד. ניתן להיעזר בשאלות:

- איך מה שקרה כאן קשור לסוגיה שבחרנו?
- אילו תבניות או דפוסים את מזהה פה?
- עם אילו אתגרים התלמידים התמודדו בסיטואציה, וכיצד? עם אילו אתגרים המורה התמודדה?
- מה לדעתך גרם לכך? אילו סיבות אפשריות?
- אילו תהליכים מבטאים הזדמנויות ללמידה?
- מה זה מעלה לך בנוגע לאתגרים דומים בכיתות שלך?

נרצה להרחיב את הרעיונות והפרשנויות האחת של רעותה. אפשר להיעזר בשאלות המעוררות חשיבה נוספת:

- מה את חושבת? איך זה נראה לך? איך את מפרשת את זה?
- אולי זה קשור ל...? אני תוהה אם...
- איך זה מתחבר למה שאנחנו יודעות על הנושא ולמה שכתוב בספרות מחקרית?
- זה מזכיר לי... אם נמשיך את החשיבה שלך...

חשוב לזכור: בחלק זה של החקירה המשותפת שתי המורות מנסות לפרש יחד את מה שקרה. מותר ואף רצוי גם לא להסכים זו עם זו, זה חלק טבעי ופורה בלמידה. לעיתים לשיחות כאלה יש נטייה להפוך לשיחות הערכה, שיחות שיפוטיות או שטוחות. כדאי לשים לב ולהיערך לכך (ניתן לקרוא על כך בעמ' 115). חשוב להכיר בדילמות ובמורכבות ההוראה ולא לחפש פתרונות מושלמים.

(4) סיכום:

אילו שאלות חדשות עולות לך מהתובנות האלה? את מה מתוך הדיון הזה תרצי להמשיך ולנסות בכיתות שלך?

(ד) רשימת סוגיות למפגשי למידה ותצפיות

כחלק מתהליך הלמידה בצוות, המורות בוחרות סוגיה פדגוגית להתמקד בה. חשוב שהסוגיה תהיה רלוונטית למורות ושהן יהיו שותפות בבחירתה. חשוב לבחור יחד סוגיה שתהיה עד כמה שניתן רלוונטית לכולן, אף שמורות שונות עשויות להיות עסוקות בשאלות שונות.

בחלק זה מוצעות סוגיות רלוונטיות הקשורות באופן אינהרנטי להוראה מקדמת שוויון. הסוגיות מאורגנות לפי שלושה נושאים: (א) עבודה בקבוצות; (ב) עבודה במליאה: איסוף רעיונות, דיון וסיכום; (ג) דרכי חשיבה של התלמידים. בכל נושא מוצעות מספר סוגיות אפשריות ללמידה והעמקה. בהתייחס לכל סוגיה מפורטים: הסברים, היגדים של מורות המתארים אתגרים ומוצעות שאלות שיכולות למקד את התצפית בכיתה. כדאי לשתף את המורות בתהליך בחירת הסוגיה ולדון בסוגיות השונות וברלוונטיות שלהן לצוות. ניתן להיעזר בשאלון המשתף את המורות בבחירת הסוגיה ומוצע כאן (ראו גם עמ' 109).

כמו כן, השאלות המוצגות בחלק זה יכולות לכוון את המורה המובילה כיצד לזהות ולהגדיר את הסוגיה שמעסיקה מורה במסגרת הליווי האישי (ובמהלך ביצוע תצפית בכיתה) ולסייע לה להתבונן בתצפית על המתרחש בכיתה מתוך התמקדות באותה הסוגיה.

הצעות לסוגיות להעמקה בצוות



(1) עבודה בקבוצות

הנושא	הסבר	היגדים של מורות הממחישים אתגרים	דוגמה לשאלות לתצפית
התנגדויות לעבודה בקבוצות או בזוגות	לעיתים תלמידים מתנגדים לעבודה בקבוצות או בזוגות ומנסים להימנע ממנה או לעצור אותה. ההתנגדות יכולה להיות שקטה או גלויה, ולהשפיע על תפקוד הקבוצה כולה.	"חלוקת הקבוצות זה דבר מסובך. רק זה יכול לגמור את השיעור." "לפעמים יש ילדים שלא רוצים לעבוד עם ילדים אחרים."	- איך התלמידים מגיבים לחלוקה לקבוצות? - מי הם התלמידים שמביעים התנגדות (גלויה או סמויה) לעבודה בקבוצות? איך היא באה לידי ביטוי? - מה עושה תלמיד שנמנע מלעבוד עם הקבוצה שלו? - מה הקבוצה עושה כשחבר בה לא משתף פעולה? מה המורה עושה?

מיקוד במשימה והתמדה מול אתגר	עבודה קבוצתית דורשת מהתלמידים להתמקד במשימה (בלי שנושא השיחה יסטה משמעותית לנושאים שאינם מתמטיים), לעבוד על פתרון המשימה בקצב סביר ולהתמיד כדי להגיע לפתרון גם אם עולים אתגרים וקשיים בפתרון המשימה.	"חלק מהקבוצות מתפזרות מהר מאוד לנושאים אחרים – הן לא מחזיקות את המשימה." "המון זמן הולך על התארגנות בתוך הקבוצה. כמעט ולא מספיקים להתעסק במתמטיקה." "ברגע שלא מצליחים משהו – מתיישים ומוותרים."	• האם הקבוצה מתמקדת במשימה המתמטית? • מה מסיט את הקבוצה ממילוי המשימה ומה מחזיר אותה אליה?
השתתפות של תלמידים בעבודה המשותפת	אופן ההשתתפות של תלמידים בעבודה המשותפת אינו אחיד. יש כאלה שתורמים באופן פעיל לשיח ולחשיבה, יש כאלה שנוכחים אך אינם מעורבים בשיח באופן פעיל ויש כאלה שמנסים להשתתף חלק אך לא תמיד מצליחים ומתנתקים מהמשימה. מצד אחד, דינמיקה קבוצתית עשויה להוביל לחוסר שוויון בהזדמנויות ללמידה ומצד שני, קיימים סוגי השתתפות שונים ומגוונים וכדאי להכיר אותם.	"קשה לי לדעת אם כולם משתתפים." "יש תלמידים שלוקחים את כל מוקד תשומת הלב ומדברים בשם כולם." "יש 'טרמפיסטים'. כאלה שמחכים שאחרים יעשו בשבילם את העבודה."	• כיצד ועד כמה חברי הקבוצה השונים משתתפים בשיח? • איזה תפקיד/ים כל תלמיד לוקח על עצמו בעבודה הקבוצתית? • האם יש לכל תלמיד "מרחב" להביע את הרעיונות שלו?
אופי הדיון וההתייחסות של תלמידים לרעיונות של חבריהם	למידה קבוצתית איכותית מתקיימת כאשר תלמידים שומעים זה את זה, מגיבים, מתייחסים, בונים או מערערים על רעיונות. עם זאת, לעיתים יש תחושה שיש ניסיון להיות משימתיים או להתמקד בתשובה סופית, או לחלופין השיח נשאר שטחי או מונולוגי.	"יש תחושה שכל אחד עובד במקביל – לא באמת מתקיים דיאלוג." "לפעמים רעיון של תלמיד פשוט עובר ליד האוזן של השאר."	• איך תלמידים מגיבים ומקשיבים זה לזה? • איך מתבטאת הקשבה – קשר עין, הנהון, חזרה על דברי חבר? • האם תלמידים שואלים זה את זה שאלות? האם הן קשורות ישירות לרעיונות שהעלו חבריהם? • איך מתקבלות החלטות בדבר דרך או תשובה נכונה?

דרכי התערבות של המורה בעבודה בקבוצות	עבודה בקבוצות מחייבת את המורה לעבור בין הקבוצות, לבחור מתי ואיך להתערב, ולנוע בין מתן עצמאות ללמידה בקבוצות ובין ליווי תומך.	"אני לא יודעת למי לגשת קודם – לאלה השקטים או לאלה שמתקשים בקול רם." "כל קבוצה מתקדמת בקצב שונה – קשה לעקוב ולתת מענה מדויק." "לפעמים ההתערבות שלי עוצרת את הדיון במקום לפתח אותו."	- מה קורה לפני ההתערבות של המורה, במהלכה ואחריה? - באילו סוגי שאלות המורה משתמשת? כיצד המורה מכוונת את הקבוצות? - מה עושה המורה כשעולה פתרון שגוי או קושי באחת הקבוצות?
--	---	---	---



(2) עבודה במליאה: איסוף רעיונות, דיון וסיכום

הנושא	הסבר	היגדים של מורות הממחישים אתגרים	דוגמה לשאלות לתצפית
איסוף הרעיונות על ידי המורה לדיון במליאה: בחירה והצגה של רעיונות או דרכי פתרון שונים (נכונים ושגויים)	דיון פורה במליאה המסכם את תהליכי החשיבה בקבוצות כולל הצגה והשוואה בין רעיונות ודרכי פתרון שונים. עם זאת, קשה להבין בזמן אמת מהן דרכי הפתרון המרכזיות שעולות מתוך עבודת התלמידים, מהם ההבדלים ביניהן ואילו הזדמנויות ללמידה הן מייצרות. דילמה נוספת שמורות רבות נתקלות בה היא אם ואיך להציג דרכי פתרון שגויות או חלקיות של תלמידים.	"איך לפנות תשומת לב להבנת האסטרטגיות שבהן התלמידים משתמשים כשאני עסוקה כל כך בניהול של העבודה בקבוצות?" "אילו דרכי פתרון כדאי לבחור להציג, הרי אי אפשר להציג את הכול?" "תלמידים נורא משתעממים כשמישהו מציג ואז אני מאבדת את הכיתה. מה אפשר לעשות?" "השגיאה של הזוג הזה נראית לי ממש חשובה, אבל אני לא רוצה להביך אותם."	- אילו דרכי פתרון עולות בזמן העבודה בקבוצות? ואילו דרכים התלמידים מציגים במליאה? - אילו שגיאות וקשיים עולים בזמן העבודה בקבוצות? האם ובאיזה אופן אלה באים לידי ביטוי בדיון במליאה? - מהן דרכי הפתרון שהמורה בוחרת להציג או להדגיש? - מהן תגובות התלמידים להצגת דרכי הפתרון?

הנחיית דיון מתמטי במליאה	הדיון הכיתתי במליאה הוא הזדמנות להפוך את רעיונות התלמידים לנכס משותף, לחשוף דרכי חשיבה מגוונות ולבסס הבנה משותפת. המורה נדרשת להכריע כיצד להוביל את הדיון ולנווט בין הובלה להקשבה, בין שיתוף של תלמידים רבים לבין התקדמות בדיון והגעה לפתרון וכו'.	"התלמידים מחכים שאני אגיד אם זה נכון או לא, במקום לפתח את הרעיון." "קשה לי לתת מקום לדעות שונות – לפעמים הדיון מתקבע מהר מדי על פתרון אחד."	• מה אופי ההשתתפות בדיון – הצגת תשובות, הסברים, שאלות, ויכוח? • האם יש מקום לדעות שונות בדיון? איך הן מתקבלות על ידי תלמידים ועל ידי המורה? • מהן השאלות של המורה? מה מעודד את התלמידים להמשיך ולהעמיק בדיון?
מעורבות, השתתפות והקשבה של תלמידים במהלך דיון במליאה	הדיון במליאה מתקיים לרוב לאחר העבודה בקבוצות ודורש מהתלמידים להשתתף, להציג רעיונות ואף להתייחס לרעיונות המוצגים. יש אלמנטים בדיון שעלולים להקשות על התלמידים להמשיך להשתתף. למשל, נקודת הזמן בשיעור – לקראת סוף השיעור ולאחר זמן עבודה בקבוצות שקשור לאותה המשימה; חזרה על רעיונות שכבר נדונו בקבוצות; דיון רב משתתפים (ולא בקבוצה) שבו ייתכן שתלמידים מסוימים פחות ישתתפו ועוד. כך שאחד האתגרים הוא הובלה של דיון מסכם רלוונטי שבו התלמידים מעורבים, משתתפים וקשובים.	"ברגע שהדיון נמשך יותר מכמה דקות, המון תלמידים מתנתקים ופשוט לא איתנו." "תמיד משתתפים אותם שניים-שלושה, השאר פשוט שותקים."	• באיזה אופן התלמידים מעורבים בדיון במליאה? עד כמה הם נשארים מעורבים לאורך כל הדיון? האם אופי ההשתתפות של תלמידים שונים משתנה לאורך הדיון? • כיצד המורה פועלת כדי לעודד השתתפות במליאה? • באילו נקודות זמן במהלך הדיון נראה שתלמידים יותר מעורבים או פחות?
קישור בין הרעיונות, סיכום ולמידה של רעיונות מתמטיים	דיון מתמטי פורה אינו מסתכם בהצגה של דרכי פתרון שונות. דיון כזה מוביל אל הרעיונות המתמטיים שרצינו שהתלמידים ילמדו מתוך הקשרים וההבדלים בין הפתרונות השונים. הובלת דיון מסוג זה היא מורכבת. נדרשת הגדרה מדויקת של המטרות המתמטיות של המשימה וכן נדרשת מומחיות בהובלת דיון, שאילת שאלות רלוונטיות ו"הפניית תשומת הלב" של התלמידים אל האלמנטים החשובים במשימה.	"אני לא בטוחה שהכיתה לומדת משהו או נתרמת במשהו מהצגת דרכי הפתרון השונות." "איך מסכמים את הפעילות? איך אני עוזרת לתלמידים לעשות את המעבר מפתרון בעיה לידע פורמלי?"	• אילו רעיונות מביעים התלמידים? • באילו דרכים המורה מקדמת את הבנת הרעיון המתמטי? • אילו עדויות יש להבנה או חוסר הבנה של התלמידים?

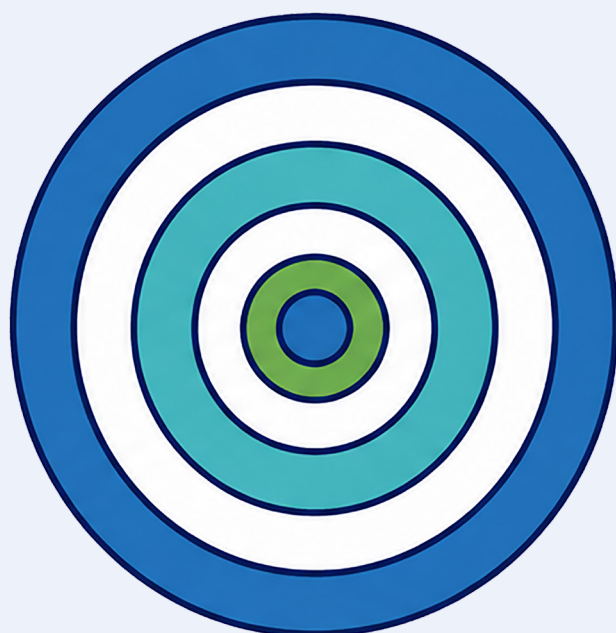


(3) דרכי חשיבה של תלמידים

הנושא	הסבר	היגדים של מורות הממחישים אתגרים	דוגמה לשאלות לתצפית
חשיבה מתמטית של תלמידים – ביטויים ודרכים לעודד את החשיבה ולהנכיח אותה	החשיבה המתמטית של התלמידים נחשפת דרך הסברים, שאלות, ייצוגים ופתרונות שהם מציעים. לעיתים הביטויים לחשיבה מתמטית לא יהיו בהכרח מדויקים, עשירים או מפותחים. תפקיד המורה הוא לזהות, להבליט ביטויים של חשיבה מתמטית ולפתח חשיבה מסוג זה, גם אם הם ביטויים ראשוניים, חלקיים או שגויים.	"אני לא תמיד מצליחה להבין מה בדיוק עומד מאחורי התשובה של התלמיד, למה הוא באמת מתכוון." "יש תלמידים שמדקלמים תבניות בלי קשר לרעיון המתמטי." "לפעמים אני שומעת הברקות, אבל הן עוברות מהר מדי בלי שנעצור להעמיק בהן."	• אילו רעיונות מתמטיים מבטאים התלמידים במהלך הפעילות? כיצד הם מבטאים רעיונות אלה? • איזה ידע התלמידים הצליחו לבטא ולקשר לידע קודם לנושא שנלמד? • איך המורה מתייחסת לחשיבה מתמטית ראשונית או שגויה שעולה?
טעויות כבסיס ללמידה	הוראה מתמטית המקדמת שוויון נשענת על ההנחה ששגיאות הן הזדמנות ללמידה. טעויות מאפשרות להעמיק הבנה, לחשוף תפיסות שגויות ולפתח דרכי חשיבה חדשות. אך בפועל, לעיתים מורות ותלמידים מתקשים להתייחס לשגיאות כחלק מהלמידה ומתמקדים בעיקר בפתרונות הנכונים.	"אני רוצה שיראו שטעות זה בסדר, אבל בפועל תלמידים מתביישים לטעות." "לפעמים אני עצמי ממהרת לתקן, במקום לתת לטעות להתברר." "כשיש טעות – חלק מהתלמידים צוחקים או מתעלמים, וזה חוסם את ההזדמנות ללמידה."	• אילו שגיאות עולות במהלך השיעור (בקבוצות או במליאה)? • מהן התגובות של התלמידים האחרים לשגיאה שנאמרה? • באיזה אופן המורה מעודדת סיכון מתמטי ושאלות פתוחות גם במחיר של טעויות?

התמודדות של תלמידים שונים בכיתה ההטרוגנית עם המשימה המתמטית	תלמידים שונים בכיתה בעלי יכולות מתמטיות וידע קודם מגוונים ומתמודדים באופן שונה עם משימה מתמטית ספציפית. למשל, תלמידים עשויים להתקשות בחלק מסוים במשימה בגלל פער בידע קודם; להביא לידי ביטוי יכולת שפחות הכרנו (למשל, חשיבה אסטרטגית) או לחוות את המשימה כלא מאתגרת. כדי להבין טוב יותר איך להתאים ולהנחות משימה בכיתה ההטרוגנית כך שתתמוך בצורה הטובה ביותר בחשיבה של כל התלמידים, חשוב ללמוד על האופן שבו תלמידים שונים מתמודדים עם המשימה.	"אני חוששת שהתלמידים "החזקים, לא יהיו מאתגרים מספיק ויסיימו מהר מאוד." "אני חוששת שהתלמידים שיותר קשה להם, פשוט יוותרו בשלב הזה."	• איך תלמיד/ה מסוימ/ת מתמודד עם המשימה? • מהן דרכי הפתרון שהוא/ היא מציע? • מהן נקודות החוזק והידע שהוא מבטא במהלך העבודה על המשימה? • מהם האתגרים שהוא/היא נתקל/ת בהם? כיצד הוא/ היא מתמודד/ת איתם? • באיזה אופן המורה מתייחסת לנקודות חוזק ולאתגרים שתלמידים מתמודדים איתם בעבודה הקבוצתית?
---	---	---	---

שער רביעי
העמקה והרחבה



תוכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון" מסמך מסכם

ד"ר מרים בביצ'נקו, המרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
פרופ' יריב פניגר, המרכז לחקר הפדגוגיה – שותפויות אקדמיה-שדה ובית הספר לחינוך,
אוניברסיטת בן-גוריון בנגב

מסמך זה מסכם שלוש שנות פעילות (2023–2026) של התוכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון" – שותפות בין רשת בתי הספר השש-שנתית של מכון ברנקו וייס, המרכז לחקר הפדגוגיה: שותפויות אקדמיה-שדה באוניברסיטת בן-גוריון בנגב והמחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע. מטרת התוכנית הייתה להרחיב את ההזדמנויות ללמידת מתמטיקה משמעותית בחטיבת הביניים, כך שכמה שיותר תלמידים ותלמידות – ללא קשר לידע או להישגים קודמים – יוכלו להשתתף בלמידה המקדמת חשיבה, שיח והבנה מתמטית. בהתאם לידע המחקרי בתחום, התמקדה התוכנית בשני צירים משלימים: דחיית החלוקה להקבצות ופיתוח פרקטיקות של הוראה מקדמת שוויון. נקודת המוצא הייתה ששינוי כזה מחייב מעטפת מערכתית הכוללת חומרי הוראה איכותיים, למידה מקצועית לצוותי הוראה, דרכי הערכה התואמות את מטרותיו וקוהרנטיות ברמה הבית-ספרית והמערכתית.

המסמך משלב סקירת ספרות עם תיעוד הידע והניסיון שנצברו במסגרת התוכנית. חלקו הראשון מציג את הרקע המחקרי: השפעות החלוקה להקבצות, עקרונות ההוראה המקדמת שוויון והתנאים הנדרשים לשינוי פדגוגי בר-קיימא. חלקו השני מתאר את יישום התוכנית, את ההצלחות, האתגרים והלקחים שעלו לאורך הדרך בשני הצירים ובמערכת התמיכה שנבנתה סביבם.

המסמך מיועד למקבלי החלטות במערכת החינוך – בבית הספר, במחוז, ברשת חינוך וברשות מקומית – המבקשים לקדם שוויון הזדמנויות בלמידת מתמטיקה. הוא מציע בסיס מחקרי לצד תובנות מעשיות הנובעות מהניסיון בשטח.

חלוקה להקבצות במתמטיקה – ממצאים על אי־שוויון והזדמנויות לשינוי

אף שממחקרים שנערכו לאורך עשרות שנים עולה כי החלוקה להקבצות פוגעת בהישגיהם ובדימויים העצמי של תלמידים בעלי הישגים נמוכים ובינוניים ומעמיקה את אי־השוויון בהזדמנויות החינוכיות^[21] ^[34] ^[39], היא עודנה פרקטיקה רווחת במערכות חינוך רבות^[15] ^[39]. בישראל, מרבית בתי הספר מחלקים תלמידים להקבצות במתמטיקה החל מכיתה ח', ובחלקם כבר מכיתה ז'^[1].

ההנחה העומדת בבסיס השימוש בהקבצות היא שהן מאפשרות להתאים את ההוראה לצורכי התלמידים ובכך לשפר את הלמידה. עם זאת, מחקרים רבים מראים כי בפועל הקבצות אינן מובילות, ברוב המקרים, לשיפור בהישגים הלימודיים^[39]. מחקרים מצביעים על כך שלהקבצות עשויה להיות השפעה חיובית מוגבלת על הישגי התלמידים בקבוצות הגבוהות, אך במקביל הן פוגעות בהישגיהם של תלמידים בקבוצות הנמוכות^[21] ^[36]. נוסף על כך, תלמידים בקבוצות אלה נוטים לפתח דימוי עצמי מתמטי נמוך יותר^[15] ^[5]. לפגיעה זו בדימוי העצמי השפעות ארוכות-טווח על הבחירות האקדמיות אותן עושים התלמידים^[30].

מעבר להשפעתן על ההישגים ועל הדימוי העצמי, הקבצות מביאות להעמקת אי־השוויון החברתי. תלמידים מרקע חברתי־כלכלי חזק מרוכזים בשיעור גבוה יותר בקבוצות הגבוהות, ואילו תלמידים מרקע מוחלש מרוכזים בשיעור גבוה יותר בקבוצות הנמוכות^[1] ^[38]. דפוס זה היה עשוי להתקבל בהבנה אילו החלוקה להקבצות הייתה מובילה לצמצום פערים לאורך זמן. אולם בפועל מחקרים מראים כי הפערים ההתחלתיים בין הקבוצות נוטים להתרחב, כך שההקבצות אינן רק משקפות אי־שוויון קיים אלא גם מעצימות אותו^[19] ^[29].

הספרות מציעה מודלים שונים לצמצום השימוש בהקבצות^[36]: (א) מעבר מלא לכיתות הטרוגניות; (ב) צמצום מספר ההקבצות (בדרך כלל באמצעות ביטול ההקבצה הנמוכה); או, (ג) מיון מבוסס בחירה תוך עידוד תלמידים מרקע מוחלש להשתלב בהקבצות גבוהות.

המחקר חושף כי ביטול הקבצות והעלאת ציפיות לימודיות אינם מספיקים בפני עצמם^[40]. ללא תמיכה פדגוגית מתאימה, גם רפורמות שנועדו להרחיב את הגישה ללימודים מתקדמים עלולות להוביל לתוצאות לא רצויות. כך, למשל, רפורמת "אלגברה לכולם" בקליפורניה הובילה לירידה בהישגים^[13], ומחקר נוסף מארצות הברית מצא כי הרחבת לימודי האלגברה המתקדמת בחטיבת הביניים פגעה במיוחד בתלמידים בעלי ההישגים הנמוכים ביותר^[6].

לעומת זאת, מחקרים שבחנו רפורמות שלוו בתמיכה פדגוגית הדוקה בצוותי ההוראה מעלים תמונה שונה. רפורמות אלו הצליחו לשפר את הישגיהם של תלמידים שהיו צפויים להשתייך לקבוצות הנמוכות, בלי לפגוע בהישגיהם של תלמידים אחרים^[3] ^[4]. כך, למשל, ביוזמת Algebra 1 בקליפורניה^[12] שובצו תלמידי כיתה ט' בעלי הישגים נמוכים בכיתות הטרוגניות במקום במסלולים נפרדים. השינוי לווה בתמיכה מקיפה במורים, שכללה פיתוח מקצועי, זמן לתכנון משותף וליווי מתמשך. מחקר שהתבסס על הקצאה אקראית של למעלה מאלף תלמידים מצא כי תלמידים בעלי ידע מתמטי התחלתי נמוך השיגו שיפור משמעותי בהישגיהם, השקול לכשנתי לימוד נוספת, בעוד הישגיהם של יתר התלמידים לא נפגעו.

למרות העדויות התומכות בצמצום השימוש בחלוקה להקבצות, רפורמות מסוג זה אינן פשוטות ליישום^[19] ^[41]. הספרות מציינת שלושה אתגרים מרכזיים: (א) תפיסות מושרשות בדבר הבדלים קבועים ביכולת המתמטית בין תלמידים^[33], אף שהמחקר מטיל ספק בהנחה זו; (ב) חשש מפגיעה בקידום של תלמידים בעלי הישגים גבוהים; ו(ג) האתגר הפדגוגי הכרוך בהוראה בכיתות הטרוגניות, המחייבת פרקטיקות הוראה שונות מאלה המקובלות בקבוצות הומוגניות.

הוראה מקדמת שוויון בכיתה הטרוגנית

צמצום השימוש בהקבצות הוא תנאי חשוב לקידום שוויון הזדמנויות, אך אינו מספיק בפני עצמו. מחקרים מראים כי בכיתות הטרוגניות שבהן דרכי ההוראה אינן משתנות, דפוסי אי-השוויון עלולים להישמר ואף להתחזק^[10]^[35]. כאשר ההוראה מתמקדת בעיקר בהקניית פרוצדורות ובתרגולן, וההצלחה נמדדת בעיקר באמצעות מהירות, דיוק וחשיבה סימבולית-מופשטת, רק חלק מהתלמידים מבינים את הנלמד וחווים הצלחה. תלמידים רבים אחרים עלולים לחוות תסכול, ירידה במוטיבציה ופגיעה בתחושת המסוגלות המתמטית שלהם^[2]^[23].

התמודדות עם תפיסות מושרשות לגבי יכולת מתמטית מחייבת שילוב בין אמונה ביכולתם של כלל התלמידים והתלמידות לחשוב מתמטית^[25] לבין פדגוגיה המאפשרת להם לעשות זאת בפועל^[2]^[31]. פדגוגיה זו מציבה בפני כלל התלמידים משימות מאתגרות ונגישות, ומעניקה ערך למגוון דרכי חשיבה ויכולות מתמטיות.

בעשורים האחרונים התגבשה הסכמה מקצועית רחבה לגבי מספר עקרונות מרכזיים להוראה בכיתות הטרוגניות^[31]. עקרונות אלה יוצגו בהרחבה בהמשך, ובהם התנסות וחקירה, למידה שיתופית, משימות המעודדות חשיבה והנמקה, שימוש בייצוגים חזותיים וקיום שיח מתמטי על דרכי פתרון מגוונות.

(עקרונות פעולה להוראה מקדמת שוויון בתחום המתמטיקה, עמ' 15.)

בד בבד פותחו מודלים פדגוגיים המתרגמים עקרונות אלו לפרקטיקות הוראה יישומיות. כך, למשל, מודל Complex Instruction מציע דרכים להרחבת ההשתתפות של כלל התלמידים באמצעות עבודה בקבוצות^[11], ואילו מודל "כיתות החשיבה" (Thinking Classrooms) מציע פרקטיקות המעודדות מעורבות של כל התלמידים בחשיבה מתמטית על משימות מורכבות^[28].

לכאורה קיים מתח בין שתי גישות מרכזיות להוראה בכיתות הטרוגניות. מצד אחד ההוראה הדיפרנציאלית מבקשת להתאים את ההוראה לצורכיהם של תלמידים שונים, לעיתים באמצעות משימות ברמות שונות. מצד אחר, גישות עדכניות מדגישות למידה משותפת של כל התלמידים תוך התמקדות במשימות עשירות, המאפשרות חקר, חשיבה ונקודות כניסה מגוונות.

תוכניות לימודים עדכניות, כגון Amplify Math ו-Illustrative Mathematics, משלבות בין שתי הגישות. כל התלמידים משתתפים בלמידה משותפת המבוססת על משימות מאתגרות ונגישות, וכן כולם מקבלים תמיכה מותאמת על בסיס הערכה מעצבת, ולא על בסיס מיון מוקדם או הנחות לגבי יכולתם. כך גם תלמידים בעלי פערי ידע או תחושת מסוגלות נמוכה יכולים להשתתף באופן מלא בלמידה ולקבל תמיכה בעת הצורך. יישום פדגוגיה זו דורש שינוי בדרכי ההוראה לצד השקעה במשאבים, בזמן ובתמיכה מקצועית. הפרק הבא יעסוק בתנאים המערכתיים הנדרשים לקידום שינוי פדגוגי בריקיימא.

תמיכה בשינוי פדגוגי בריקיימא ברמה מנהיגותית ומערכתית

רפורמות ויוזמות חינוכיות מאופיינות לעיתים קרובות בפער בין החזון לבין אופן יישומן בפועל. מחקרים בתחום השינוי החינוכי מראים כי פער זה אינו נובע בעיקרו ממאפייניהם של מורים ומורות, אלא מהיעדרם של תנאים מערכתיים התומכים בשינוי לאורך זמן^[14]^[17]. בהתאם לכך, שינוי פדגוגי בריקיימא מחייב התבוננות במערכת כולה – במבנים, במשאבים ובתהליכי התמיכה שהיא מעמידה לרשות צוותי ההוראה. כפי שמנסח זאת Fullan, שינוי מתחיל כאשר השאלה עוברת מ"איך גורמים למורים לעשות זאת?" ל"איזו מערכת תאפשר את התוצאות הרצויות?"^[17].

כדי לענות על שאלה זו, חשוב להבין את המורכבות הכרוכה במעבר להוראה מקדמת שוויון^[7]^[27]. מעבר זה מחייב מורות ומורים לארגן מחדש את דרכי ההוראה, הלמידה והשיח בכיתה ולאמץ פרקטיקות חדשות, כגון עבודה בקבוצות קטנות, ניתוח דרכי החשיבה של תלמידים והובלת דיון המעלה מגוון רעיונות ופתרונות מתמטיים. הוראה מסוג זה גם מגבירה את איהוודאות בכיתה, משום שהיא מעניקה משקל נרחב יותר לרעיונות התלמידים ולתהליכי חקר פתוחים, ולכן דורשת ידע מקצועי, גמישות ושיקול דעת. נוסף על כך, היא עלולה לעורר תחושת איום, שכן היא מחייבת ויתור חלקי על דפוסי ההוראה מוכרים ועל שליטה מלאה בשיח הכיתתי^[27].

הספרות מפרטת ארבעה תנאים מרכזיים התומכים ביישום של הוראה מקדמת שוויון: קוהרנטיות מערכתית, למידה

מקצועית, הערכה תומכת ומשאבי הוראה איכותיים. להלן נדון בכל אחד מהם.

מרכיבי מערכת התמיכה לשינוי פדגוגי בריימא

(א) קוהרנטיות ותמיכה מתמשכת – ברמה מערכתית

לעיתים קרובות מערכות חינוך נדרשות לקדם מטרות ויוזמות רבות בה בעת. ריבוי יוזמות עלול ליצור עומס על צוותי ההוראה, לפזר משאבים ולפגוע ביכולת לקדם שינוי עמוק לאורך זמן. לכן שינוי פדגוגי מוצלח מחייב התמקדות במספר מצומצם של מטרות מרכזיות, לצד מחויבות מתמשכת לקידום^[12]. נוסף על כך, הצלחת השינוי תלויה בפיתוח חזון משותף בקרב כלל השותפים במערכת – מקובעי מדיניות ומנהלים ועד מדריכים, מורים מובילים ומורים^[2]. חזון כזה אינו מתגבש באמצעות הנחיות בלבד, אלא בתהליך מתמשך של דיאלוג, למידה ושיתוף פעולה^{[9][18]}.

חשוב גם להכיר בכך ששינוי פדגוגי הוא תהליך ארוך טווח, המלווה לעיתים בקשיים ובירידה זמנית בביצועים בשלבי היישום הראשונים (implementation dip)^[16]. יוזמות רבות אינן נכשלות בשל חולשה של הרעיון עצמו, אלא משום שהתמיכה בהן נפסקת לפני שהספיקו להבשיל. בהתאם לכך, תוכניות לקידום הוראה מקדמת שוויון נשענות לרוב על תכנון רבי-שנתי, הכולל תמיכה אינטנסיבית בשלבי היישום הראשונים והעמקה הדרגתית לאורך זמן.

(ב) מערכת לתמיכה בלמידה מקצועית של מורים

תוכניות שפותחו בשנים האחרונות לקידום הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון, כגון MIST בארצות הברית ו-QuaMath בגרמניה, מציינות שלושה מרכיבים מרכזיים בתמיכה בלמידה מקצועית של מורים¹:

1. **קורסים, השתלמויות וימי למידה מחוץ לבית הספר** – מחקרים מראים כי למידה מקצועית מסוג זה, כאשר היא מתקיימת בפני עצמה, אינה מספיקה בדרך כלל לקידום שינוי פדגוגי עמוק^{[8][9]}. השתלמויות לבדן אינן מובילות בהכרח לשינוי בהוראה, בין היתר משום שהן מספקות מעט הזדמנויות להתאמת הרעיונות להקשרי העבודה של המורות והמורים. כאשר הן משולבות במנגנוני תמיכה נוספים – כגון קהילות למידה, ליווי אישי או אימון מקצועי – הן עשויות לתרום ליצירת שפה משותפת, להבהרת מטרות ולהפצת ידע ורעיונות חדשים^[7].

2. **למידה משותפת בקהילות מורים בית-ספרית** – בשנים האחרונות גוברת ההכרה בחשיבותן של קהילות מורים בית-ספריות, והן נחשבות למרכיב מרכזי בתמיכה בהוראה מקדמת שוויון^[7]. שלא כמו השתלמויות חיצוניות, קהילות המורים מאפשרות למידה מתמשכת המחוברת ישירות לעשייה בכיתה. במסגרתן המורות והמורים מתנסים במשימות מתמטיות, מנתחים עבודות של תלמידים ומתאימים את ההוראה לאתגרים העולים מן היישום. עם זאת, קיום קהילות למידה אפקטיבית אינו מובן מאליה. האתגר הראשון הוא ביצירת זמן קבוע ומוגן למפגשים לאורך השנה, לנוכח העומס המוטל על צוותי ההוראה^[8]. נוסף על כך, המחקר מעלה כי למידה מקצועית מעמיקה אינה מתרחשת באופן ספונטני, אלא דורשת הנחיה מקצועית. לשם כך נדרשת בדרך כלל מנחה בעלת מומחיות הן בהוראת מתמטיקה מקדמת שוויון והן בהובלת תהליכי למידה של מורים^{[7][24]}.

1 תוכניות שונות (במחוזות חינוך שונים ובמדינות שונות) משלבות את שלושת המרכיבים (או את חלקם) במינונים ובאופנים שונים, בהתאם למשאבים ולמאפיינים הספציפיים של ההקשר שבו התוכניות מופעלות.

3. **ליווי אישי של מורות ומורים (Coaching)** – זהו מרכיב תמיכה ההולך ותופס תאוצה במערכות חינוך רבות בעולם. הוא מאפשר למידה מקצועית מתוך ההתנסות בכיתה, ומסייע למורות ולמורים להתמודד עם אתגרי ההוראה ולקדם יישום של פרקטיקות הוראה מקדמות שוויון. המחקר מונה מספר תנאים התומכים בהצלחתן של מערכות ללמידה מקצועית של מורים, כמופרט בטבלה שלהלן:

דוגמה ליישום	משמעות	תנאי להצלחה
ליווי אישי מעמיק סוגיות שעלו במפגשי קהילת המורים ומתבסס עליהן.	כל מנגנוני הלמידה המקצועית פועלים לקידום אותן מטרות ומשלימים זה את זה.	קוהרנטיות בין מרכיבי התמיכה
התאמת תדירות המפגשים, בחירת סוגיות פדגוגיות רלוונטיות ופיתוח חומרי הוראה בהתאם לצרכים המקומיים.	מבנה הלמידה, התכנים והמטרות מותאמים לצורכי בית הספר, הצוות והתלמידים.	התאמה להקשר המקומי
קביעת מועדים קבועים למפגשי צוות ושמירה עליהם לאורך השנה.	הלמידה המקצועית נתפסת כחלק מעבודת ההוראה ולא כתוספת שולית.	הקצאת זמן מוגן ללמידה מקצועית
שילוב פרקטיקות חדשות בשיעורים, תיעוד ההתנסות ודיון עליה במסגרת הלמידה המקצועית.	מורים זקוקים להזדמנויות לנסות, להתנסות וללמוד מתוך היישום בכיתה.	יצירת הזדמנויות להתנסות בפרקטיקות חדשות
דיונים מקצועיים על הוראה מקדמת שוויון, ניתוח אירועים מהכיתה ועיסוק בציפיות מתלמידים.	פיתוח הבנה משותפת של מטרות השינוי ואמונה ביכולתם של כלל התלמידים ללמוד ולהצליח במתמטיקה.	טיפול חזון ותפיסות משותפות

(ג) הערכה התואמת את המטרות של הוראה מקדמת שוויון

להערכה תפקיד מרכזי בעיצוב ההוראה והלמידה. מערכת תמיכה אפקטיבית בשינוי פדגוגי משלבת בין הערכה מסכמת להערכה מעצבת, שכן לכל אחת מהן תרומה ייחודית^[37]. הערכה מסכמת מבהירה למורים ולתלמידים את הידע, המיומנויות והיכולות שהמערכת מבקשת לקדם, ולכן משפיעה על מוקדי ההוראה. לעומת זאת הערכה מעצבת מספקת למורים מידע שוטף על הבנת התלמידים ומסייעת בקבלת החלטות פדגוגיות, כגון התאמת קצב ההתקדמות, זיהוי קשיים והעמקה ברעיונות מרכזיים. בכיתות הטרוגניות חשיבותה גדולה במיוחד, משום שהיא מאפשרת לזהות את צורכי התלמידים ולהגיב אליהם במהלך הלמידה. לפיכך, הוראה מקדמת שוויון מחייבת התאמה בין דרכי ההערכה – ברמה הכיתתית, הבית ספרית והמערכתית – לבין מטרות ההוראה.

(ד) משאבי הוראה איכותיים

בליבה של הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון עומדות משימות מתמטיות מאתגרות ונגישות, המזמינות תלמידים לחקור רעיונות מתמטיים, לדון בהם ולפתח הבנה מעמיקה. לכן נגישות למשאבי הוראה איכותיים – כגון ספרי לימוד, מערכי שיעור ומדריכים למורה – היא מרכיב מרכזי בתמיכה בשינוי פדגוגי^[27]. חומרים אלו מסייעים למורים בתכנון ובהובלת השיעור באמצעות הצגת דרכי חשיבה אפשריות של תלמידים, שאלות מנחות לדיון והצעות להתמודדות עם קשיים צפויים.

מעבר לאיכותן של משימות בודדות, חשובה גם הקוהרנטיות של חומרי ההוראה. רצף מתוכנן של משימות ופעילויות תומך בבניית הבנה מתמטית ובהטמעה עקבית של עקרונות ההוראה המקדמת שוויון. בהתאם לכך, רבות מתוכניות

הלימודים שפותחו בשנים האחרונות מבוססות על חקר (inquiry-based) או על פתרון בעיות (problem-based). עם זאת, חומרי הוראה איכותיים אינם מספיקים בפני עצמם. המחקר מראה כי ללא למידה מקצועית מתמשכת ותמיכה בפיתוח הידע, התפיסות והפרקטיקות של המורים, גם חומרים איכותיים אינם מובילים בהכרח לשינוי בהוראה. במצבים כאלה מורים עשויים להתקשות ביישום המשימות כמתוכנן או להתאימן באופן המצמצם את רמת האתגר והחשיבה שהן מזמנות^[7] ^[22].

מסקירת הספרות עולה כי שינוי פדגוגי בר־קיימא מחייב מעטפת מערכתית רחבה. תוכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון" ביקשה ליישם עקרונות אלו בהקשר הישראלי. בחלק הבא נתאר את התוכנית ונבחן כיצד יושמו עקרונות אלה בפועל.

תוכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון" (2023–2026): יישום, הצלחות ואתגרים

בשנים 2023–2026 פעלה תוכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון" כשותפות בין רשת בתי הספר השש-שנתית של מכון ברנקו וייס, המרכז לחקר הפדגוגיה: שותפויות אקדמיה-שדה באוניברסיטת בן-גוריון בנגב והמחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע. מטרתה הייתה לפתח מודל בר-קיימא ליישום הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון בבתי ספר בישראל וללמוד על האפשרויות והאתגרים הכרוכים בכך.

חלק ניכר מפעילות התוכנית התקיים על רקע המלחמה והשפעותיה על מערכת החינוך, ובהן היעדרויות של מורים ותלמידים, קשיים רגשיים ושיבושים מתמשכים בשגרת הלימודים, מה שהוסיף מורכבות ליישום התוכנית. התוכנית פעלה בשני צירים משלימים: צמצום החלוקה להקבצות ופיתוח פרקטיקות של הוראה מקדמת שוויון. השתתפו בה ארבעה בתי ספר מרשת ברנקו וייס: הדר, בוסתנים ומעיין (שמות בדויים), שליוו את התוכנית לכל אורכה, ודולב (שם בדוי), שהצטרף בשנה השלישית. בפרק זה נתאר את התשתית שנבנתה לתמיכה בשינוי ואת יישום התוכנית בשני הצירים, לצד האתגרים, ההצלחות והתובנות שעלו לאורך הדרך.

החלטות ארגוניות ליצירת תשתית לשינוי

כפי שעלה מסקירת הספרות, שינוי פדגוגי בר-קיימא מחייב תנאים מערכתיים התומכים ביישומו לאורך זמן. בחלק זה נתאר את ההחלטות הארגוניות שנועדו לבנות תשתית זו במסגרת העבודה עם בתי הספר.

1. התחלה הדרגתית: פדגוגיה לפני מבנה

בהתאם לחוזר מנכ"ל, בתי ספר נדרשים להימנע מחלוקה להקבצות בתחילת כיתה ז', ולכן ברבים מהם לימודי המתמטיקה בשכבה זו מתקיימים בכיתות הטרוגניות. לפיכך כיתות ז' הן נקודת פתיחה טבעית ליישום הוראה מקדמת שוויון. בהתאם לכך אימצה התוכנית גישה הדרגתית, שלפיה השינוי הפדגוגי יקדים את השינוי המבני. ההנחה הייתה שהתנסות בהוראה בכיתות הטרוגניות תאפשר למורים ולמורים לפתח ידע, ניסיון ותחושת מסוגלות, ובד בבד לבנות אמון ודיאלוג עם צוותי ההוראה והניהול לקראת דיון בדחיית החלוקה להקבצות בשכבות הגבוהות יותר.

2. הקטנת כיתות בשכבות הלומדות בכיתות הטרוגניות

הספרות מדגישה כי שינוי פדגוגי מחייב תנאים המאפשרים למורים להתנסות בפרקטיקות חדשות. בהקשר הישראלי, שבו כיתות עשויות לכלול יותר מ-35 תלמידים, גודל הכיתה מעמיד אתגר מרכזי. לכן הוחלט כי בבתי ספר שבהם למדו יותר מ-30 תלמידים בכיתה תיפתח כיתה מתמטיקה נוספת לכל ארבע כיתות אם. מהלך זה צמצם את מספר התלמידים בכיתה ואפשר תנאים טובים יותר לעבודה בקבוצות, לשיח מתמטי ולהתנסות בפרקטיקות הוראה חדשות. רבות מהמורות ראו בהקטנת הכיתות תמריץ להצטרפות לתוכנית. את פתיחת הכיתות מימנה רשת ברנקו וייס.

3. למידה מקצועית במסגרת קהילת מורים בית-ספרית

בהתאם לממצאי הספרות, הוחלט למקם את מרכז הכובד של הלמידה המקצועית בקהילות מורים

בית־ספריות. הקהילות כללו את כלל מורי המתמטיקה בשכבת ז' (ובחלק מבתי הספר גם בשכבת ח') ונפגשו לאורך השנה לכעשרה מפגשים בני שעתיים. פינוי זמן קבוע למפגשים הוגדר כתנאי להשתתפות בתוכנית, והיא הוכרה כהשתלמות בהיקף של 30 שעות. מהלך זה חיזק את המחויבות לתהליך באמצעות תגמול המורות והמורים, אך לעיתים עורר התנגדות מצד מי שהעדיפו השתלמויות אחרות. עם זאת עלה קושי בהקצאת זמן מוגן ללמידה מקצועית ושמירה עליו לאורך השנה.

4. מורה מובילה כגורם מרכזי בהובלת השינוי הבית־ספרי

כדי לבסס את התוכנית בבתי הספר, מונתה בכל אחד מהם מורה מובילה מצוות המתמטיקה. היא עבדה בשותפות עם מדריכת התוכנית, הובילה את הלמידה המקצועית וליוותה את התאמתה ויישומה בבית הספר. בהדרגה הועברה אליה האחריות על הובלת התוכנית, כחלק מבניית יכולת בית־ספרית להמשיך אותה באופן עצמאי. המורות המובילות תוגמלו באמצעות הקצאה של חצי יום הדרכה, אך גיוסן לא היה פשוט בשל המחסור במורים, עומסי העבודה וריבוי התפקידים המוטלים על מורות מנוסות.

הציר הפדגוגי: שילוב פרקטיקות של הוראה מקדמת שוויון

במסגרת התוכנית ביקשנו לתרגם את עקרונות ההוראה המקדמת שוויון לפרקטיקות המתאימות להקשר הישראלי. בחלק זה נתאר את המהלכים שננקטו, את האתגרים שהתעוררו ואת התובנות שעלו מן היישום.

(א) פיתוח משאבי הוראה איכותיים המדגימים הוראה מקדמת שוויון

במסגרת התוכנית פותחו, עובדו ותורגמו 20 מערכי שיעור לכיתות ז' ו־6 מערכי שיעור לכיתות ח', העוסקים בנושאים מרכזיים בתוכנית הלימודים. כל מערך לווה במדריך מפורט למורה שנועד לתמוך ביישום פרקטיקות של הוראה מקדמת שוויון. היקף החומרים נועד לאפשר התנסות מתמשכת לאורך השנה, בלי להחליף את חומרי ההוראה הקיימים.

פיתוח החומרים התבסס על שילוב בין ידע מחקרי לבין הידע והניסיון של מורות מהשדה, מתוך הנחה שחומרי הוראה איכותיים צריכים להיות מותאמים להקשר הבית־ספרי ולעורר תחושת בעלות בקרב המשתמשות בהם. בהתאם לכך תהליך הפיתוח כלל: (א) זיהוי משותף של נושאים מתמטיים; (ב) פיתוח ראשוני של חומרי ההוראה; (ג) התנסות של המורות בפעילויות ושיפורן; (ד) התנסות בכיתות ועדכון החומרים והמדריכים על בסיס דרכי החשיבה של התלמידים.

אתגרים והצלחות בפיתוח משאבי הוראה איכותיים

בפועל יישום תהליך הפיתוח השיתופי נתקל באתגרים. הקושי המרכזי היה ביצירת צוות פיתוח קבוע המפגיש לאורך זמן מורות, חוקרים ואנשי פיתוח. קהילות המורים לא תוכננו כמסגרת לפיתוח חומרי הוראה, והיה קשה לגייס מורות לעבודה נוספת מעבר לשעות עבודתן. בכל שנה פעל צוות מצומצם של 2–3 מורות ומדריכות התוכנית. המורות התנסו במערכי השיעור כלומדות והציעו התאמות ושיפורים, אך לא בחנו אותם בכיתות כחלק מתהליך הפיתוח. המשוב מן השטח נאסף בעיקר במסגרת העבודה השוטפת עם קהילות המורים.

למרות זאת חומרי ההוראה שילבו ידע מחקרי עדכני, הותאמו להקשר הישראלי והביאו בחשבון את הניסיון של מורות מן השדה. הם התבססו על משימות המאפשרות נקודות כניסה מגוונות, מעודדות חקר, שיח והנמקה ומזמינות השתתפות של כל התלמידים. לצידן פותחו מדריכים למורה שפירטו דרכי חשיבה אפשריות של תלמידים, שאלות מנחות והצעות לניהול הדיון בכיתה. המורות דיווחו על חוויות חיוביות מהשימוש במערכים, בייחוד לאחר שהתנסו בהם כלומדות והתאימו אותם לכיתותיהן. רבות מהן תיארו עלייה במעורבותם של תלמידים שאינם נוטים להשתתף בשיעורי המתמטיקה. עם זאת, מאחר שהחומרים פותחו כאוסף מערכי שיעור ולא כתוכנית לימודים שלמה, מורות רבות התקשו לשלבם ברצף ההוראה. גם כאשר ההתנסויות נתפסו כמוצלחות, הן נותרו לרוב נקודתיות ולא הפכו לחלק משגרת ההוראה. ניסיון זה מלמד כי כל עוד חומרי ההוראה נתפסים כתוספת לתוכנית הלימודים, ולא כחלק ממנה, קשה להטמיעם לאורך זמן.

(ב) מערכת לתמיכה בלמידה המקצועית של המורות

המערכת לתמיכה בלמידה המורות שפותחה בתוכנית, התבססה על שלושה מרכיבים עיקריים:

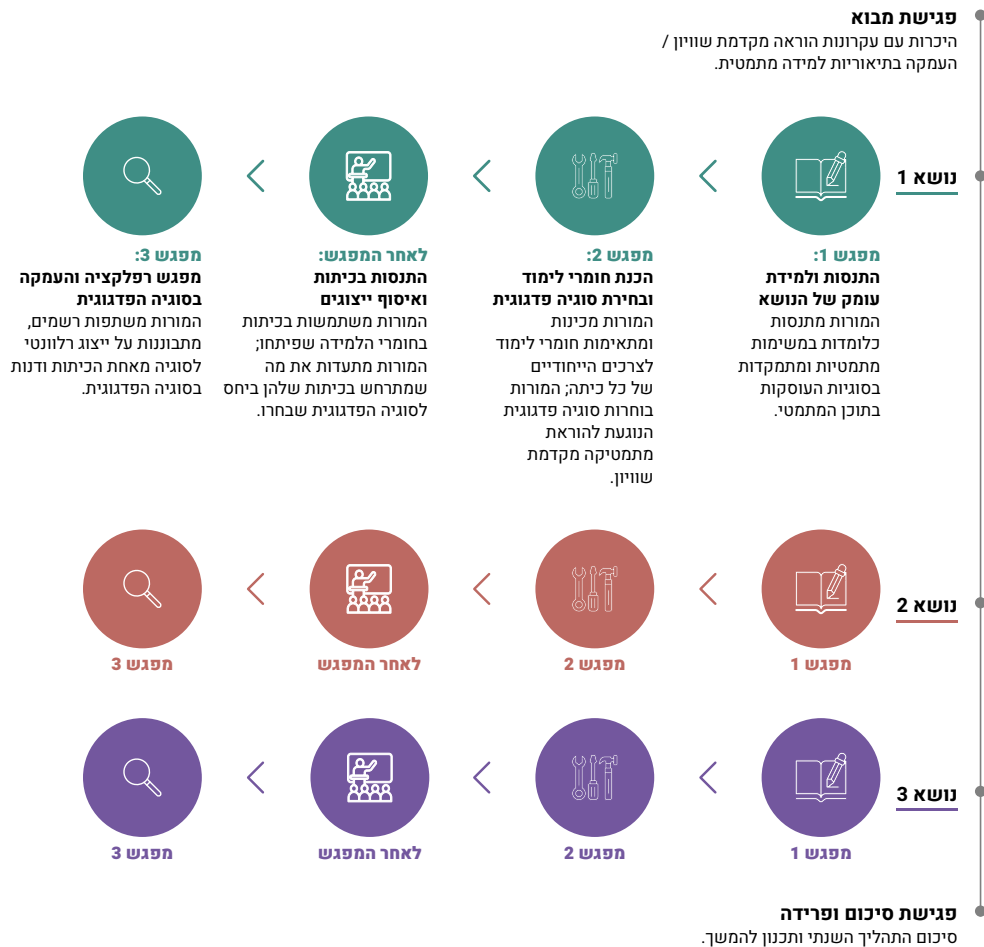
1. קהילות מורים ביתספריות – מרכז הכובד של הלמידה המקצועית מוקם בקהילות מורים ביתספריות, שבהן השתתפו כל מורי המתמטיקה בשכבת ז' (ובחלק מבתי הספר גם בשכבת ח'). הקהילות נפגשו בבית הספר לכעשרה מפגשים בני שיעורים במהלך השנה, והשתתפות הוכרה כהשתלמות בהיקף של 30 שעות. בשנים א'-ב' הובילה את המפגשים מדריכה מטעם התוכנית, ובשנה ג' הובילו אותם המורות המובילות בבתי הספר. כדי לקדם למידה מקצועית רלוונטית ומתמשכת, מפגשי הקהילה שילבו:

- עיסוק בנושאים מתמטיים הרלוונטיים לתוכנית הלימודים ולהוראה בכיתה;
- התנסות במשימות המגלמות הוראה מקדמת שוויון מנקודת מבטם של הלומדים;
- דיון בידע מקצועי, בקשיי תלמידים ובדרכי הוראה להתמודדות עימם;
- התאמת מערכי שיעור לצורכי הכיתות והמורות;
- דיון בסוגיות ובאתגרים פדגוגיים שעלו מן השטח;
- ניתוח ייצוגים מן הכיתה, כגון עבודות תלמידים, תמלולים והקלטות, במטרה לבחון את תהליכי ההוראה והלמידה בפועל.

2. ליווי אישי – מודלים מקובלים של ליווי אישי (coaching) מבוססים על עבודה מתמשכת של מלווה ומורה לקידום מורה מקצועית משותפת. בתחילת התוכנית נעשה ניסיון ליישם גישה זו, אך בפועל היה קשה לקיים ליווי בתדירות וברציפות הנדרשות. אף שאירועי הליווי היו רבי ערך עבור המורות והמדריכות, הם לא התגבשו לתהליך עקבי שבמרכזו מטרת למידה משותפת. בשנה ג' פותחה חלופה, שבה הליווי האישי הוגדר כאירוע ממוקד התומך בעבודתה של קהילת המורים. המלווה שימשה "עין נוספת" בכיתה ותייעדה שיח, אינטראקציות או עבודות תלמידים בהתאם לסוגיה שבחרו המורה והקהילה. לאחר מכן נותחו החומרים במשותף, ובהסכמת המורה הובאו גם לדיון בקהילת המורים. גישה זו חיזקה את הקשר בין הליווי האישי לבין הלמידה בקהילה, ואפשרה לקיים ליווי בעל משמעות גם בתדירות נמוכה יחסית (פעם או פעמיים בשנה לכל מורה).

3. יום למידה משותף – נוסף על קהילות המורים הביתספריות ועל הליווי האישי, בכל שנה התקיים יום למידה בהשתתפות המורות, המורות המובילות, מדריכות התוכנית, החוקרים השותפים ומובילי התוכנית ברשת. יום הלמידה כלל הרצאות, סדנאות ומרחבי שיח, ואפשר למשתתפים לשתף בהצלחות ובאתגרים, להכיר את עבודתם של שותפים ממסגרות שונות ולחזק את ההבנה המשותפת של מטרות התוכנית. בד בבד פותח מודל שנתי ללמידה מקצועית, שנועד ליצור רצף וקוהרנטיות בין קהילות המורים, הליווי האישי ויום הלמידה המשותף. המודל ארגן את הלמידה תחת שלושה נושאים מתמטיים מתוכנית הלימודים, כאשר כל נושא כלל רצף של למידת עומק, התאמת חומרי הוראה, התנסות בכיתות ורפלקציה על היישום (ראו איור 1).

4. פיתוח צוות הדרכה והובלה – בשנים א'-ב' הובילו את קהילות המורים ואת הליווי האישי מדריכות מהמרכז לחקר הפדגוגיה וממכון ויצמן, בשיתוף רכזות המתמטיקה. לקראת שנה ג' הוחלט להעביר בהדרגה את האחריות למורות מובילות מתוך בתי הספר, במטרה לבנות יכולת פנימית שתאפשר את המשך התהליך לאורך זמן. בשנה ג', בבתי הספר הוותיקים, הובילו המורות המובילות את קהילות המורים ואת הליווי האישי, בליווי המדריכות החיצוניות. בבית הספר החדש (דולב) המשיכה המדריכה החיצונית להוביל את התהליך, לצד שותפות מלאה של המורה המובילה. לצד זאת פותחו כלים לתמיכה בעבודת המורות המובילות, ובהם מודל העבודה השנתי, מתווים למפגשי הלמידה וכלים לליווי אישי ולבחירת סוגיות פדגוגיות.



איור 1

אתגרים והצלחות ביישום מערכת התמיכה בלמידת מורים

כאשר מודל העבודה יושם במלואו, הוא עורר בקרב המורות תחושה של תהליך למידה רציף, קוהרנטי ורלוונטי. השילוב בין קהילות המורים, הליווי האישי וההתנסויות בכיתה חיבר את הלמידה המקצועית באופן ישיר לאתגרי ההוראה היום-יומיים.

קהילות המורים הבית-ספריות סיפקו מרחב לשיח מקצועי על הוראת המתמטיקה – סוגיות שמורות רבות העידו כי לא זכו לדון בהן בעבר עם עמיתותיהן. ההתנסות במשימות כלומדות והחשיבה המשותפת על התאמתן לכיתות חיזקו את תחושת הבעלות והמוטיבציה לנסות דרכי הוראה חדשות. עם זאת, אחד המרכיבים שהתקשו להתבסס היה ניתוח ייצוגים מהכיתה, כגון תמלולים, הקלטות ועבודות תלמידים. איסופם והכנתם לדיון דרשו זמן ומיומנויות שלא תמיד עמדו לרשות הצוותים, ולכן העיסוק השיטתי בחשיבה ובשיח של תלמידים היה מצומצם מהמתוכנן. בעתיד כדאי לשקול לפתח מאגר ייצוגים לשימוש בקהילות המורים, שיאפשר העמקה גם ללא תלות בתיעוד מהכיתות המשתתפות.

הליווי האישי נתפס בקרב המורות שהשתתפו בו כחווייה רבת-ערך, שאפשרה להתבונן בהיבטים של ההוראה שאינם נגישים בדרך כלל במהלך השיעור, כגון עבודת קבוצות ותהליכי השיח והלמידה של התלמידים. עם זאת, יישומו היה מורכב. חלק מהמורות נמנעו מהשתתפות בשל החשיפה הכרוכה בתהליך, וכאשר הליווי הועבר למורות מובילות נוספו קשיים הקשורים לתיאום זמנים ולמיומנויות של תיעוד, ניתוח והנחיה. ניסיון זה מעלה שאלות לגבי היקף הליווי, קהל היעד שלו וזהות הגורם המלווה.

פיתוח צוות ההובלה הבית-ספרי התגלה כמהלך חשוב לביסוס התוכנית לאורך זמן. המורות המובילות פיתחו תחושת בעלות על התהליך והצליחו להתאימו להקשרים הייחודיים של בתי הספר שלהן. עם זאת, הן התקשו

בהובלת מרכיבים מורכבים, כגון ליווי אישי ומפגשי רפלקציה המבוססים על ניתוח ייצוגים מהכיתה. נראה כי בתוכניות עתידיות נכון להעביר את האחריות למורות המובילות באופן הדרגתי יותר, תוך בניית יכולת הדרכה כבר מראשית התהליך ושמירה על ליווי ממושך של מדריכה חיצונית במרכיבים הדורשים מומחיות.

פיתוח כלי הערכה התואמים את מטרות התוכנית – אחת ממטרות התוכנית הייתה לשנות לא רק את הישגי התלמידים, אלא גם את חוויית הלמידה שלהם ואת אופני ההשתתפות, החשיבה והאינטראקציה בשיעורי המתמטיקה. שינויים אלה עשויים להשפיע על ההישגים לאורך זמן, אך הם אינם נמדדים בהכרח באמצעות מבחנים בטווח הקצר. לכן נדרש פיתוח של כלי הערכה הרגישים להיבטים אלו. העבודה על פיתוח כלי ההערכה החלה בשנה ג'. במסגרת זו פותח שאלון לתלמידים, שהתמקד בהיבטים חברתיים-רגשיים, ובהם תחושת מסוגלות, ביטחון לטעות, חוויית הלמידה, השתתפות פעילה והתמודדות עם אתגר. תהליך הפיתוח כלל סבבי חשיבה משותפים עם המורות המובילות, מדריכות התוכנית, החוקר השותף ממכון ויצמן, מובילת תחום המתמטיקה ברשת ומורות נוספות שהשתתפו בתוכנית.

הצלחות ואתגרים בפיתוח כלי הערכה

תהליך הפיתוח השיתופי תרם לגיבוש מטרות משותפות וחזק את תחושת הבעלות על כלי ההערכה. על כן הוא נתפס כחלק מתהליך הלמידה של התוכנית ולא כדרישה חיצונית. ממצאי השאלון שימשו בסיס לדיון מקצועי ולהגדרת יעדים לשיפור ברמת המורה והצוות. עם זאת תהליך הפיתוח התארך מהמתוכנן, ולכן השאלון הועבר רק באמצע השנה השלישית. נוסף על כך, הוא התמקד בהיבטים החברתיים-רגשיים של חוויית התלמידים, ולא בהיבטים נוספים של השינוי, כגון פרקטיקות ההוראה או התפתחות ההבנה, ההנמקה ופתרון הבעיות. ניסיון זה מעלה את הצורך במערך הערכה רחב יותר, המשלב שאלונים, מבחנים ותצפיות ומתייחס לממדים שונים של השינוי. כמו כן, חשוב להתחיל את פיתוח כלי ההערכה כבר בשלבים הראשונים של התוכנית ולהקצות לכך זמן ומשאבים.

בניית קוהרנטיות ותמיכה מתמשכת ברמה מערכתית – אחד הלקחים המרכזיים העולים מן הספרות הוא ששינוי פדגוגי בריקויא מחייב שותפות של גורמים שונים במערכת החינוך סביב חזון ודרכי פעולה משותפים. בתוכנית נעשו מאמצים לשותף דרגים שונים בתהליכי התכנון והיישום.

מורות מובילות – לאורך השנה התקיימו שישה מפגשי עבודה עם כל המורות המובילות. המפגשים הוקדשו לדיון במטרות התוכנית, באתגרים שעלו מן השטח ובדרכי פעולה אפשריות. הם תרמו לגיבוש קבוצת מנהיגות פדגוגית בעלת שפה משותפת ושימשו מקור תמיכה והשראה לעבודה בבתי הספר.

מנהלי בתי הספר – מנהלי חטיבות הביניים השתתפו בפגישות חשיבה עם המורות המובילות, מובילת המתמטיקה ברשת ומדריכות התוכנית, וכן בימי למידה ובמפגשים ייעודיים. מפגשים אלו תרמו בעיקר לגיבוש הסכמות סביב ההיבטים הארגוניים של התוכנית, כגון הקצאת משאבים ובחירת שכבות היעד. עם זאת, המנהלים היו מעורבים פחות בשיח הפדגוגי. נראה כי העומס המוטל עליהם והמסגרות שנבנו לא אפשרו מעורבות עמוקה יותר, ומכאן הצורך בפיתוח דרכים לשלב גם בדיון הפדגוגי, ולא רק בהיבטים הארגוניים של השינוי.

הרמה המערכתית – בדיעבד אפשר לזהות כי תחום זה זכה לתשומת לב מועטה. גורמים מרכזיים בתחום החינוך המתמטי, ובהם המפמ"ר וצוותי ההדרכה הארציים והמחוזיים, לא היו שותפים לתכנון או ליישום התוכנית, אף שמטרתה תאמו במידה רבה את הכיוונים שקידם משרד החינוך. היעדר השותפות יצר שני קשיים מרכזיים: ראשית, התוכנית פעלה לצד יוזמות אחרות בתחום המתמטיקה ללא תיאום מספק, דבר שהוביל לעומס ולתחושת פיצול בקרב המורות; שנית, היה קשה לבסס מנגנוני תמיכה ארוכי טווח או להרחיב את התוכנית לבתי ספר נוספים. ניסיון זה מחזק את המסקנה כי שינוי פדגוגי מתמשך מחייב שותפות עם הרמה המערכתית כבר בשלבי התכנון, ולא רק בשלב היישום.

הציר המבני: דחיית החלוקה להקבצות

סקירת הספרות הציגה מגוון מודלים לצמצום הסללה. בתוכנית בחרנו לקדם את המודל השאפתני ביותר – מעבר מלא ללמידה בכיתות הטרוגניות (de-tracking).

מבין ארבעת בתי הספר שהשתתפו בתוכנית, רק בבית ספר אחד (הדר) התקיימה חלוקה להקבצות כבר בכיתה ז', ביתר בתי הספר החל המיון רק בכיתה ח'. בהתאם לאסטרטגיה שנבחרה, הדיון בדחיית החלוקה להקבצות התקיים רק לאחר שנתיים של עבודה בציר הפדגוגי, ורק בשני בתי ספר שבהם הסוגיה הייתה רלוונטית במיוחד – הדר ובוסתנים. בשני המקרים התקיים תהליך דומה של בחינה וחשיבה משותפת, אך הוא הוביל להחלטות שונות.

בית הספר הדר – לפני תחילת פעילותה של התוכנית החלוקה להקבצות בבית הספר נעשתה חלקית כבר בכיתה ז' (באמצעות "כיתת תגבור" לתלמידים מתקשים), ובאופן מלא בכיתה ח'. עם ההצטרפות לתוכנית בוטלה כיתת התגבור, והתלמידים למדו בכיתות הטרוגניות. בכך היה זה בית הספר היחיד שבו השינוי המבני קדם לשינוי הפדגוגי.

לבחירה זו הייתה השפעה של ממש על יישום התוכנית. סוגיית ההקבצות העסיקה את המורות לאורך כל התהליך, ונוצר מתח בין הצורך שלהן במענה מיידי לאתגרי הכיתה ההטרוגנית לבין הגישה הפדגוגית שהוצעה, הנשענת על שינוי הדרגתי ומתמשך של דרכי ההוראה. שלא כמו בתי הספר האחרים, שבהם נתפסה התוכנית כמענה לאתגרי ההוראה, בבית ספר הדר היא נתפסה במידה רבה כחלק מן השינוי המבני עצמו – דבר שהקשה בבניית אמון בתהליך.

עם זאת לאחר שנתיים של עבודה משותפת ודיון מעמיק, החליט צוות המתמטיקה לדחות את החלוקה להקבצות לאמצע כיתה ח'. נראה כי שני גורמים תרמו לכך: ראשית, דחיית ההקבצות נתפסה כהמשך טבעי של התהליך שהחל בכיתה ז', שנית, רכזת המתמטיקה הזדהתה עם המהלך והובילה אותו מול הנהלת בית הספר וצוות המורות.

בית הספר בוסתנים – שלא כמו בבית הספר הדר, בבוסתנים התמקדה התוכנית בשנתיים הראשונות בציר הפדגוגי, בעוד השינוי המבני נותר ברקע ולא נתפס כחלק מזהות התוכנית. לקראת השנה השלישית עלתה האפשרות לדחות את החלוקה להקבצות בכיתה ח', אך הצוות המוביל החליט שלא לקדם את המהלך. ההחלטה נבעה בעיקר מחוסר היציבות בצוות: ארבע מתוך שבע מורות המתמטיקה בחטיבה לא המשיכו לשנת הלימודים הבאה, והייתה תחושה שלא ניתן להוביל שינוי עמוק ללא צוות יציב ומחויב.

בו בזמן, וללא קשר ישיר לתוכנית, הובילה הנהלת בית הספר מהלך אחר לצמצום ההסללה: שינוי בהרכב ההקבצות בכיתה ט' שאפשר לתלמידים רבים יותר ללמוד לקראת בגרות ברמת 4 יחידות, בהתאם למדיניות משרד החינוך.

תובנות – ההשוואה בין שני בתי הספר מלמדת כי קידום שינוי מבני מחייב צוות יציב, מנהיגות פנימית המזדהה עם המהלך ומסוגלת להובילו, ותפיסת השינוי כהמשך טבעי של תהליך פדגוגי שכבר החל. עוד עולה כי מעבר מלא ללמידה בכיתות הטרוגניות (de-tracking) הוא אחד מכמה מודלים לצמצום הסללה, וייתכן שבמציאות הישראלית מודלים הדרגתיים יותר יהיו ישימים יותר ויתכתבו טוב יותר עם מדיניות משרד החינוך.

סוגיה שעלתה מהשטח: כיצד תומכים בתלמידים המתקשים ביותר בכיתה ההטרוגנית? סוגיית התמיכה בתלמידים המתקשים ביותר עלתה שוב ושוב בשיח עם המורות, בייחוד בבתי הספר המשרתים אוכלוסיות חזקות יחסית. גם מורות שהזדהו עם רעיון הלמידה בכיתה הטרוגנית התקשו לתת מענה לתלמידים שלתחושתן אינם מצליחים לעקוב אחר המתרחש בשיעור או להשתתף בו באופן פעיל. קושי זה עורר תסכול והעלה ספקות לגבי יכולתה של הכיתה ההטרוגנית לתת מענה לתלמידים אלה.

גם ספרות המחקר מזהה את התמיכה בתלמידים המתקשים ביותר כמרכיב חיוני במערכת תמיכה כוללת להוראה מקדמת שוויון^[42]. אולם היא מציעה מודלים שונים לתמיכה בתלמידים אלה, שאינם מחייבים את הוצאתם לכיתה נפרדת. מודלים אלה כוללים, למשל, שעות תגבור ייעודיות או עבודה בקבוצה קטנה עם המורה בזמן ששאר הכיתה מתרגלת. ללא קשר למודל שנבחר, המחקר מדגיש את חשיבות ההתאמה וההמשכיות בין העבודה בקבוצה הקטנה לבין ההוראה בכיתה – מבחינת הגישה הפדגוגית, המטרות, התכנים וחומרי ההוראה^[42]. ניסיון זה מחזק את הצורך לשלב בתוכניות עתידיות מודל מובנה לתמיכה בתלמידים המתקשים ביותר.

רשימה ביבליוגרפית

- [1] פניגר, י' (3202). הקבוצות בחטיבת הביניים: המחיר החברתי של מיון ע"פ "רמת יכולת", בתוך י' הרפז וא' הורוביץ (עורכים), להציל את חטיבת הביניים: הצעות למסגרת חינוכית תואמת גיל ההתבגרות (עמ' 383–304). הוצאת כנרת-זמורה-דביר.
- [2] Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.
- [3] Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside School. *Teachers College Record*, 110(3), 608–645.
- [4] Burris, C. C., Wiley, E., Welner, K., & Murphy, J. (2008). Accountability, rigor, and detracking: Achievement effects of embracing a challenging curriculum as a universal good for all students. *Teachers College Record*, 110(3), 571–607.
- [5] Chmielewski, A. K., Dumont, H., & Trautwein, U. (2013). Tracking effects depend on tracking type: An international comparison of students' mathematics self-concept. *American Educational Research Journal*, 50(5), 925–957.
- [6] Clotfelter, C. T., Ladd, H. F., & Vigdor, J. L. (2015). The aftermath of accelerating algebra: Evidence from district policy initiatives. *Journal of Human Resources*, 50(1), 159–188.
- [7] Cobb, P., & Jackson, K. (2021). An empirically grounded system of supports for improving the quality of mathematics teaching on a large scale. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 1(1), 77–110.
- [8] Cobb, P., Jackson, K., Henrick, E., & Smith, T. M. (2018). *Systems for instructional improvement: Creating coherence from the classroom to the district office*. Harvard Education Press.
- [9] Coburn, C. E. (2003). Rethinking scale: Moving beyond numbers to deep and lasting change. *Educational Researcher*, 32(6), 3–12.
- [10] Cohen, E. G., & Lotan, R. A. (1995). Producing equal-status interaction in the heterogeneous classroom. *American Educational Research Journal*, 32(1), 99–120.
- [11] Cohen, E. G., & Lotan, R. A. (2014). *Designing groupwork: Strategies for the heterogeneous classroom* (3rd ed.). Teachers College Press.
- [12] Dee, T. S., & Huffaker, E. (2026). Accelerating opportunity: The effects of instructionally supported detracking. *American Educational Research Journal*, 63(2), 307–350.
- [13] Domina, T., McEachin, A., Penner, A., & Penner, E. (2015). Aiming high and falling short: California's eighth-grade algebra-for-all effort. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 37(3), 275–295.
- [14] Elmore, R. F. (2004). *School reform from the inside out: Policy, practice, and performance*. Harvard Education Press.
- [15] Francis, B., Taylor, B., & Tereshchenko, A. (2020). *Reassessing 'ability' grouping: Improving*

practice for equity and attainment. Routledge.

[16] Fullan, M. (2001). *Leading in a culture of change*. Jossey-Bass.

[17] Fullan, M. (2016). *The new meaning of educational change* (5th ed.). Teachers College Press.

[18] Fullan, M., & Quinn, J. (2016). *Coherence: The right drivers in action for schools, districts, and systems*. Corwin.

[19] Gamoran, A., & Mare, R. D. (1989). Secondary school tracking and educational inequality: Compensation, reinforcement, or neutrality? *American Journal of Sociology*, 94(5), 1146–1183.

[20] Garner B., Thorne J.K., Horn I.S. (2017), Teachers interpreting data for instructional decisions: where does equity come in? *Journal of Educational Administration*, 55 (4), 407–426

[21] Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.

[22] Henrick, E. C., Appelgate, M., & Nazemi, M. (2018). Instructional materials as tools for instructional improvement. In Cobb, P., Jackson, K., Henrick, E., & Smith, T. M. (Eds.). *Systems for instructional improvement: Creating coherence from the classroom to the district office*. Harvard Education Press.

[23] Horn, I. S. (2016). *Motivated: Designing math classrooms where students want to join in*. Heinemann.

[24] Horn, I. S., Garner, B., Kane, B. D., & Brasel, J. (2017). A taxonomy of instructional learning opportunities in teachers' workgroup conversations. *Journal of Teacher Education*, 68(1), 41–54.

[25] Jackson, K., Gibbons, L., & Sharpe, C. J. (2017). Teachers' Views of Students' Mathematical Capabilities: Challenges and Possibilities for Ambitious Reform. *Teachers College Record: The Voice of Scholarship in Education*, 119(7), 1–43.

[26] Jackson, K., Horn, I., & Cobb, P. (2018). Overview of the Teacher Learning Subsystem. In Cobb, P., Jackson, K., Henrick, E., & Smith, T. M. (2018). *Systems for instructional improvement: Creating coherence from the classroom to the district office*. Harvard Education Press.

[27] Lefstein, A. (2026). What's Wrong with Professional Development for Dialogic Teaching? In C. Edwards-Groves & C. Davidson (Eds.), *The Dialogic Classroom*. Springer Nature Singapore.

[28] Liljedahl, P. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin.

[29] Lucas, S. R. (1999). *Tracking inequality: Stratification and mobility in American high schools*. Teachers College Press.

[30] Mulkey, L. M., Catsambis, S., Steelman, L. C., & Crain, R. L. (2005). The long-term effects of ability grouping in mathematics: A national investigation. *Social Psychology of Education*, 8(2), 137–177.

[31] National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.

[32] National Council of Teachers of Mathematics. (2020). *Catalyzing change in middle school mathematics: Initiating critical conversations*. NCTM.

[33] Oakes, J. (1992). Can tracking research inform practice? Technical, normative, and political considerations. *Educational Researcher*, 21(4), 12–21.

- [34] Oakes, J. (1995). Two cities' tracking and within-school segregation. *Teachers College Record*, 96(4), 681–690.
- [35] Rubin, B. C. (2003). Unpacking detracking: When progressive pedagogy meets students' social worlds. *American Educational Research Journal*, 40(2), 539–573.
- [36] Rubin, B. C. (2006). Tracking and detracking: Debates, evidence, and best practices for a heterogeneous world. *Theory Into Practice*, 45(1), 4–14.
- [37] Shepard, L. A., Penuel, W. R., & Davidson, K. L. (2017). Design principles for new systems of assessment. *Phi Delta Kappan*, 98(6), 47–52.
- [38] Singham, M. (2003). The achievement gap: Myths and reality. *Phi Delta Kappan*, 84(8), 586–591.
- [39] Terrin, É., & Triventi, M. (2023). The effect of school tracking on student achievement and inequality: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 93(2), 236–274.
- [40] Thornton, M. (2023). *Classroom detracking in the US: Examples for school leadership*. Springer Nature.
- [41] Torres, A., Nguyen, H., Barnes, E. H., & Wentworth, L. (2023). *A guide to detracking math courses: The journey to realize equity and access in K–12 mathematics education*. Corwin Press.
- [42] Wilson, J., & Kelley, K. (2021). Supplemental Supports for Currently Struggling Students. In Cobb, P., Jackson, K., Henrick, E., & Smith, T. M. (Eds). *Systems for instructional improvement: Creating coherence from the classroom to the district office*. Harvard Education Press.

תקציר מנהלים: מתמטיקה מקדמת שוויון

תוכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון" היא פרי שותפות אסטרטגית רב־מוסדית בין רשת בתי הספר ברנקו וייס, המרכז לחקר הפדגוגיה: שותפויות אקדמיה-שדה באוניברסיטת בן־גוריון בנגב והמחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע. מטרתה העל של התוכנית היא הרחבת ההזדמנויות ללמידת מתמטיקה משמעותית בחטיבת הביניים, כך שכל תלמיד ותלמידה יוכלו להשתתף בלמידה המפתחת חשיבה, שיח והבנה עמוקה, ללא קשר להישגיהם הקודמים או למצבם הכלכלי־חברתי.

התוכנית נשענת על גוף ידע מחקרי שלפיו חלוקה להקבצות (Tracking) פוגעת עמוקות בדימוי העצמי ובהישגים של תלמידים ברמות הבינוניות והנמוכות, ומעצימה פערים חברתיים קיימים. מחקרים מראים כי שינוי מבני בלבד (ביטול הקבצות) אינו מספיק ואף עלול להזיק אם הוא מתקיים ללא מעטפת פדגוגית מתאימה. לכן התוכנית התמקדה בשני צירים משלימים: דחיית החלוקה להקבצות ופיתוח פרקטיקות של הוראה מקדמת שוויון בכיתה הטרוגנית.

מודל התוכנית

כדי להבטיח את היתכנות השינוי בבתי הספר, נבנתה בתוכנית מערכת תמיכה מקיפה:

- **הדרגתיות** – "פדגוגיה לפני מבנה": התוכנית אימצה אסטרטגיה המתחילה בכיתות ז' (שבהן ההטרוגניות טבעית יותר מבהמשך) כדי לאפשר למורים לפתח ביטחון בפרקטיקות החדשות לפני קבלת החלטות מבניות בשכבות גבוהות יותר.
- **הקטנת כיתות**: תנאי הכרחי ליישום התוכנית היה הקטנת כיתות המתמטיקה (כיתה נוספת לכל ארבע כיתות אם), מהלך שמימנה רשת ברנקו וייס ואפשר עבודה בקבוצות ושיח איכותי.
- **קהילות למידה בצוותי מתמטיקה (PLC)**: מרכז הכובד של הלמידה המקצועית הועבר למפגשים בית־ספריים (כעשרה מפגשים בשנה), שבהם נותחו משימות, עבודות של תלמידים ואתגרים מן השטח.
- **מורות מובילות**: בכל בית ספר מונתה מורה מובילה מצוות המתמטיקה שפעלה בשותפות עם המדריכות החיצוניות, במטרה לבנות יכולת הנהגה פנימית להמשכיותה של התוכנית.

כלים פדגוגיים שפותחו במסגרת התוכנית

התוכנית תרגמה עקרונות תאורטיים לכלים מעשיים לשימוש המורים:

- **משאבי הוראה איכותיים**: פותחו 26 מערכי שיעור (ז'-ח') המבוססים על חקר ופתרון בעיות, בליווי מדריכים מפורטים למורה הכוללים דרכי חשיבה אפשריות של תלמידים ושאלות מנחות.
- **ליווי אישי (Coaching) ממוקד**: פותח מודל שבו המלווה מתפקדת כ"עין נוספת" בכיתה, מתעדת אינטראקציות ושיח תלמידים, והנתונים מעמידים בסיס לדיון רפלקטיבי בקהילת המורים.
- **הערכה רגישה לשינוי**: פותח שאלון תלמידים חדשני המתמקד בהיבטים חברתיים־רגשיים (תחושת מסוגלות, ביטחון לטעות, השתתפות פעילה), מעבר למדדי הישגים קונבנציונליים.

אתגרים

- **חוסר יציבות ומשברים חיצוניים:** המלחמה (חרבות ברזל) יצרה שיבושים של ממש, היעדרויות וקשיים רגשיים בקרב מורים ותלמידים.
- **פן רגשי-מקצועי של מורים:** הוראה מקדמת שוויון מגבירה את אִי־הוודאות בכיתה ועלולה לעורר איום בשל אובדן השליטה המלאה בשיח.
- **תמיכה בתלמידים המתקשים ביותר:** עלה קושי מובהק במתן תמיכה וחיזוק לתלמידים בעלי פערי ידע גדולים מאוד בתוך הכיתה ההטרוגנית, מה שמדגיש את הצורך במודלים מובנים של תמיכה משלימה (שעות תגבור או עבודה בקבוצות קטנות).
- **יציבות הצוות:** באחד מבתי הספר שהשתתפו בתוכנית, תחלופת מורים גבוהה מנעה את היכולת להוביל שינוי מבני של דחיית הקבוצות. בשל כך לא מוצה הפוטנציאל של שינוי העומק שיכול היה להיעשות.
- **תיעוד פדגוגי:** איסוף וניתוח של ייצוגים מהכיתה (הקלטות, תמלולים) דרשו זמן ומיומנויות טכניות שהיוו חסם בקרב חלק מהצוותים.

תובנות והמלצות לעתיד

- **קוהרנטיות מערכתית:** שינוי בריקימא דורש מעורבות של דרגי ניהול ושותפות עם המערכת הארצית (מפמ"ר, הדרכה מחוזית) כבר משלבי התכנון כדי למנוע כפילות יוזמות ועומס.
- **מנהיגות מקומית:** הצלחת המהלך באחד מבתי הספר (שבו נדחתה החלוקה להקבוצות לכיתה ח') מלמדת כי הזדהות של רכזת המתמטיקה והנהלת בית הספר עם התהליך היא קריטית.
- **פיתוח הדרגתי:** יש להשקיע בבניית יכולות ההדרכה של המורות המובילות באופן הדרגתי, תוך שמירה על ליווי חיצוני מומחה לאורך זמן.

סיכום

תוכנית "הוראת מתמטיקה מקדמת שוויון" מראה כי ניתן לשנות את תרבות ההוראה והלמידה במתמטיקה בישראל, אך מדובר בתהליך ארוך טווח המחייב שילוב הדוק בין תשתית ארגונית (הקטנת כיתות, זמן למידה למורים) לבין פיתוח פדגוגי מעמיק. המודל שנבנה מציע נתיב יישומי לבתי ספר המבקשים לצמצם הסללה ולקדם שוויון הזדמנויות אמיתי.

הקבוצות בחטיבת הביניים - המחיר החברתי של מיון על פי "רמת יכולת"

יריב פניגר, בית הספר לחינוך, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב^{1,2}

הקדמה

הקבוצה על פי רמה (ability grouping באנגלית אמריקאית או ability settings באנגלית בריטית, להלן: הקבוצות) היא פרקטיקה חינוכית נפוצה מאד במערכות חינוך שונות, במיוחד בגילאי חטיבת הביניים. משמעותה היא חלוקה של התלמידים והתלמידות לקבוצות הוראה נפרדות על פי "רמת יכולת" שנמדדת בדרך כלל באמצעות מבחן מיון. בניגוד לחלוקה למסלולי לימוד בתיכון בהם התלמידים והתלמידות לומדים תחומי לימוד שונים או ברמות שונות של העמקה באותם תחומי לימוד (למשל, 3, 4, 5 יחידות לימוד במתמטיקה), בחלוקה להקבוצות חומר הלימוד ויעדי הלימדה אמורים להיות דומים בכל קבוצות הלימוד. כלומר, בהקבוצות אשר מופעלות בחטיבת הביניים, לפחות באופן מוצהר, כל התלמידים והתלמידות אמורים לכסות את חומרי הלימוד בתחום הדעת הנלמד. שיטת ההקבוצות התפתחה בארצות הברית בעשורים שלאחר מלחמת העולם הראשונה כתוצאה משני תהליכים מרכזיים שאפיינו את החינוך האמריקאי באותן שנים. התהליך הראשון היה גידול מהיר וגיוון הולך וגדל של אוכלוסיית התלמידים כתוצאה מגלי ההגירה של סוף המאה התשע עשרה ותחילת המאה העשרים. השינויים הדמוגרפיים הדרמטיים, בעיקר בערים הגדולות, יצרו לא רק קושי אדמיניסטרטיבי בניהול מערכות החינוך, אלא גם קושי פדגוגי ממשי במתן מענה לגיוון החברתי בתוך כיתות הלימוד. קושי זה הלך וגדל ככל שהתלמידות והתלמידים התקדמו בשנות הלימוד ונדרשו להתמודד עם תוכניות לימודים תובעניות יותר. התהליך השני היה התפתחותם של גופי ידע בתחומי הסטטיסטיקה, המדידה והפסיכולוגיה אשר הביאו ליצירתם של מבחני אינטליגנציה שונים שהפכו לפופולריים בתחומים שונים, כולל חינוך, בתחילת המאה העשרים. מבחני מיון אלו הראו ב"אופן מדעי" את השונות הרבה הקיימת בין בני האדם ביכולות הקוגניטיביות והציעו שיטות "מהימנות" למיון "הוגן" של אנשים על פי "יכולתם האמיתית". גישות ממינות אלו נתפסו על ידי מקבלי החלטות ואנשי חינוך רבים כמענה ראוי לאתגר השונות בתוך כיתות הלימוד. כך, מיונם של תלמידים ותלמידות באמצעות "מבחנים אובייקטיביים" והצבתם בקבוצות לימוד הומוגניות יחסית מבחינת היכולת הלימודית שנמדדה הפכו לפרקטיקה חינוכית מקובלת ונפוצה, תחילה בארה"ב ובעשורים הבאים גם במדינות אחרות בעולם (להרחבה ראו: Kulik, 1993; Chapman, 1988).

ההיגיון הפדגוגי של השימוש בהקבוצות פשוט לכאורה. לתלמידים ותלמידות יכולות שונות וצרכים לימודיים מגוונים שקשה מאד לתת להם מענה בכיתה הטרוגנית. מיונם על פי "יכולת" מאפשרת התאמה טובה יותר של ההוראה ליכולותיהם וצרכיהם וכך ההוראה והלמידה הופכים לאפקטיביים יותר. אולם, גוף מחקרי רחב ומקיף שנצבר לאורך קרוב למאה שנה מראה שהיישום של השיטה ותוצאותיה רחוקים מלהיות פשוטים, ובפועל גישה חינוכית זו אינה משיגה בדרך כלל את התוצאות המצופות ממנה; וחמור מכך, היא נוטה לקבע פערים השכלתיים בין קבוצות חברתיות. מבחינה חברתית הבעיה המרכזית עם מיון על פי רמה לימודית היא שקיים קשר עיקש בין רקע חברתי-כלכלי לבין הישגים לימודיים. מחקרים מראים באופן עקבי שתלמידים ותלמידות מרקע חברתי-כלכלי מוחלש מגיעים להישגים נמוכים יותר בממוצע מתלמידים ותלמידות מרקע חזק יותר. לפיכך, כל מיון על פי הישגים הוא בהכרח גם מיון על פי רקע חברתי-כלכלי שיגרום לכך שקבוצות הלימוד ה"גבוהות" יהיה ייצוג יתר של אלו שמגיעים מרקע חברתי-כלכלי

1 פרק זה מבוסס בין השאר על מאמר שנכתב יחד עם ד"ר אייל בר-חיים וד"ר כרמל בלנק והופיע בשנת 2021 בכתב העת Research in Social Stratification and Mobility, ראו: Feniger et al., 2021.

2 לציטוט: פניגר, י' (2023). הקבוצות בחטיבת הביניים - המחיר החברתי של מיון על פי "רמת יכולת". בתוך י' הרפז וא' הורביץ (עורכים) להציל את חטיבות הביניים: הצעות למסגרת חינוכית תואמת גיל ההתבגרות (עמ' 383-403). הוצאת דביר.

חזק יותר ובקבוצות "הנמוכות" יהיה ייצוג יתר של אלו שמגיעים מרקע מוחלש. דפוס זה היה יכול אולי להתקבל בהבנה אם תלמידי קבוצות הלימוד "הנמוכות" היו מצמצמים פערים השכלתיים מול הקבוצות החזקות יותר, אולם בפועל יעד זה אינו מושג ולעיתים הפערים ההתחלתיים מתרחבים לאחר המיון וההפרדה לקבוצות לימוד (להרחבה ראו: איילון ושותפיה, 2019, פרק 3; גמוראן, 2017; Hallinan, 1987).

המחקר הנרחב על הקבוצות מצביע על כמה סיבות לכך שהן מהוות מנגנון בלתי שוויוני הפוגע בהזדמנויות ההשכלתיות של ילדים וילדות בעלי הישגים קודמים נמוכים שרבים מהם מגיעים גם מרקע חברתי-כלכלי מוחלש. ראשית, בהקבוצות הנמוכות לומדים פחות חומר ובפחות העמקה מאשר בהקבוצות "הגבוהות". פער זה נובע, קודם כל, מהמיון עצמו. קבוצות לימוד בהן קובצו אלו שמתקשים יותר בלימודים יתקדמו לאט יותר בחומר הלימוד ולמורים יהיה קשה יותר ללמד בגלל הצורך להתמודד עם קשיים לימודיים. מחקרים מראים שהלמידה המועטה יותר בקבוצות ה"חלשות" קשורה גם לציפיות של המורים מהתלמידים. מורים שהוצבו ללמד בהקבוצות "נמוכות" יגיעו מראש עם ציפיות נמוכות יותר מהתלמידים וייקחו זאת בחשבון בתכנון חומרי הלימוד והמטלות. עוד מראים מחקרים שלמידה מעטה יותר בקבוצות "החלשות" קשורה גם לבעיות משמעת שנופצות בהן יותר מאשר בקבוצות "החזקות". שנית, עצם ההצבה לקבוצות "נמוכות", "בינוניות" ו"גבוהות" משפיע באופן עמוק על תפיסת היכולות והשאיפות של התלמידים. אלו שהוצבו בהקבוצות "נמוכות" נוטים לפתח שאיפות נמוכות יותר ורואים עצמם כמי שלא מתאימים ללימודים ברמה גבוהה של תחום הדעת. הצבה להקבוצה "נמוכה", שמתבצעת בגיל צעיר מאד (12-13) יכולה להשפיע לרעה על המוטיבציה הלימודית ולהביא גם להתפתחות של התנגדות כלפי בית הספר שנתפס כמוסד שאינו נותן סיכוי הוגן לכלל הלומדים והלומדות. למרות היקף המחקר על הקבוצות והסכמה רחבה בקרב חוקרים וחוקרות לגבי ההשלכות השליליות של פרקטיקה זו על אי-שוויון השכלתי, במדינות רבות, כולל ישראל, היא ממשיכה להיות הגישה המובילה להתמודדות עם שונות בין לומדים בגילאי חטיבת הביניים (להרחבה ראו למשל: אדלר וסבר, 1998; Francis et al., 2017; Gamoran, 1986; McGillicuddy & Devine, 2018).

מטרת פרק זה היא להציג בקצרה את השימוש בהקבוצות במערכת החינוך הישראלית ולבחון באמצעות נתונים עדכניים את חלקן בשימור אי-השוויון החברתי בהישגים השכלתיים בארץ. בסוף הפרק יוצג דיון בהשלכות של ממצאי המחקר למדיניות החינוך בחטיבות הביניים ועל הצורך בקידומן של אלטרנטיבות פדגוגיות שהוכחו מחקרית.

הקבוצות בישראל - בידול כאמצעי להכלה

כפי שהוסבר לעיל, הקבוצות, בדומה למנגנוני בידול חינוכי אחרים כמו מסלולי לימוד נפרדים בתיכון, התפתחו בארצות הברית בתחילת המאה העשרים כמענה לשונות ההולכת ומתפתחת בקרב אוכלוסיית התלמידים. בחינת הרקע ההיסטורי להופעתן של ההקבוצות בחינוך הישראלי מגלה דמיון רב למקרה האמריקאי, כארבעים שנה מאוחר יותר. מקום המדינה ועד תחילת שנות השבעים הייתה מערכת החינוך הישראלית מחולקת לשני שלבים: בית ספר עממי (יסודי) שנמשך שמונה שנים ובית ספר תיכון שנמשך ארבע שנים. חוק לימוד חובה משנת 1949 אשר יצר את החינוך הציבורי בישראל התייחס למעשה רק לבית הספר היסודי ואילו התיכון נשאר "פרטי" הן בהיבט של הבעלות על בתי הספר והן בדרישה מההורים להשתתף במימון שלב חינוך זה. המעבר משלב היסודי לשלב התיכון היה כרוך, אם כן, במנגנוני סלקציה לימודית וחברתית-כלכלית. מאמצע שנות החמישים, סלקציה זו נשענה במידה רבה על "מבחן הסקר" אשר נערך בכיתה ח', הכיתה האחרונה של בית הספר היסודי. מבחן זה קבע האם התלמיד או התלמידה מתאימים לבית ספר עיוני שבסופו נבחנים בבחינות הבגרות המאפשרות כניסה להשכלה הגבוהה. אלו שלא קיבלו ציון מספק במבחן הופנו לחינוך מקצועי או שעזבו את הלימודים כבר בשלב זה. נתונים משנות החמישים והששים הצביעו על פערים גדולים מאד בתוצאות מבחן הסקר בין שכבות חברתיות-כלכליות ובין מזרחים ואשכנזים, ולפיכך מבחן זה היווה מנגנון מרכזי בשימור אי-השוויון החברתי במערכת החינוך של ישראל הצעירה (Ortar, 1967).

מבחן הסקר והמיון הנוקשה במעבר בין החינוך היסודי לעל-יסודי בוטלו כחלק מרפורמה מבנית רחבת היקף עליה הוחלט בשנת 1968 ואשר יצאה לדרך בתחילת שנות השבעים. רפורמה זו הייתה תוצאה של תהליכי קבלת החלטות מתמשכים במשרד החינוך (ועדת פרוור) ובועדה ציבורית אשר פעלה בכנסת (ועדת רימלט) ובמרכזם עמד הרצון להרחיב את חוק לימוד חובה מעבר לשלב היסודי ולאפשר גישה אוניברסלית לחינוך על יסודי, לפחות בשלבי הראשונים. האמצעים המרכזיים למימוש יעד זה היו הארכת חוק לימוד חובה, הקמתן של חטיבות ביניים כשלב

חינוכי נוסף בין בית הספר היסודי והתיכון (תוך קיצור בית הספר היסודי לשש שנים), וכאמור, ביטול מבחן הסקר. חטיבת הביניים הייתה רעיון חינוכי אשר זכה לפופולריות רבה במדינות שונות בעשורים שאחרי מלחמת העולם השנייה והוא אומץ גם בישראל כחלק מתפיסה בינלאומית זו. בניגוד לחינוך העל-יסודי, שכלל באותה עת מסלולי לימוד מובחנים (ריאלי, הומני, מקצועי וכדומה), חטיבת הביניים הייתה אמורה לאפשר לתלמידים התפתחות חברתית והשכלתית המתואמת לגילם ואשר מכינה את כולם לקראת התיכון שבו יתחלקו למגמות לימוד על פי כישוריהם ונטיותיהם. כלומר, חטיבת הביניים אפשרה לדחות את החלוקה הפורמלית למגמות לימוד מתוך שאיפה לעשות זאת בגיל מבוגר יותר תוך בשלות והבנה טובה יותר של ההתאמה בין התלמידים והתלמידות ומסלולי הלימוד. הרפורמה, שיושמה בתחילת שנות השבעים, ביקשה להוסיף לכך יעד נוסף: אינטגרציה חברתית, עדתית ומעמדית, בעיקר בתוך בתי הספר המשרתים את האוכלוסייה היהודית. לשם השגת יעד זה הוחלט על מעבר למודל של בתי ספר מקיפים הקולטים אוכלוסייה מגוונת ממרחב גיאוגרפי רחב. המפגש הראשון בין בוגרי בתי ספר יסודיים משכונות וקבוצות אוכלוסייה שונות יועד לחטיבת הביניים (להרחבה ראו: הכנסת, 1971; רש וכפיר, 2004).

חטיבות הביניים הוקמו, אם כן, כדי לקדם שוויון בנגישות להשכלה על-תיכונית תוך יצירת אינטגרציה חברתית בין קבוצות מגוונות של תלמידים. אולם, יעדים אלו מטבעם יוצרים קושי פדגוגי ניכר בשל הצורך להתמודד עם מגוון כזה שכולל גם פערים ניכרים בידע וביכולות איתם מגיעים התלמידים מבתי הספר היסודיים. דבר זה היה ברור גם למקבלי ההחלטות ושיטת ההקבצות קיבלה מקום כבר בדיוני ועדת רימלט שעסקה ברפורמה. לדוגמה, שרגא עדיאל שעמד בראש המזכירות הפדגוגית במשרד החינוך אמר לוועדה:

תכנית הלימודים [בחטיבת הביניים] תהווה מציגה בין היסוד ההטרוגני לבין הצורך בגיוון הלימודים בהתאם לנטיות ולכשרים של הילדים השונים...תתקיים כיתת אם הטרוגנית בכיתות ז'-ט' ובמסגרתה תשולב דיפרנציאציה הדרגתית באמצעות הקבצה בכיתות ז'-ח' ומסלולים בכיתה ט'. הקבצה בכיתה ז' תכלול שלושה מקצועות ובכיתה ח' ארבעה. הכוון התלמידים לרמות ומסלולים יעשה באמצעות המורים והיועצים. כלומר, כבר בתהליך הקמתן של חטיבות הביניים הוטמע רעיון ההקבצות כאחד המענים העיקריים לאתגר השונות בין הלומדים (הכנסת, 1971, עמ' 133-134).

למעשה, השימוש בהקבצות כבר היה קיים במערכת החינוך הישראלית עוד לפני הרפורמה של 1968 והקמת חטיבות הביניים, אם כי השימוש בהן היה מוגבל יחסית. רעיון ההקבצות יובא לארץ כחלק מ"מדיניות הטיפוח" של משרד החינוך בשנות הששים של המאה העשרים אשר כוונה לקידום של תלמידים ותלמידות "טעוני טיפוח" בעיקר ממוצא מזרחי ומעמד חברתי-כלכלי נמוך. כך למשל בספר, שפורסם בשנת 1968 תחת הכותרת **עשור למפעלות הטיפוח** (ירון, 1970) נכלל פרק בשם "ההקבצה מהותה ועקרונותיה" שבו הוסבר:

רבות מהתופעות השכיחות אצל ילדים 'טעוני טיפוח', מתגלות ביתר שאת בכיתות הגבוהות של בית הספר היסודי. הפיגור שהצטבר במשך השנים אינו מאפשר התקדמות נוספת, הוא מגביר את האדישות וחוסר העניין, ואף מעודד תופעות לוואי שליליות. התכנים הנלמדים בכיתות הגבוהות מעמידים לפני הילד דרישות אינטלקטואליות גבוהות יותר ויותר...וילדים אלה אינם מסוגלים לכך. הלשון הדלה אינה מספיקה לתפיסת מושגים מופשטים ולהכללה, הדרושים בשלב זה... שיטת ההקבצות באה לסייע לילד הטעון טיפוח להתגבר על קשייו הלימודיים החמורים (עמ' 67).

כלומר, ההצדקה הפדגוגית לשימוש בהקבצות נבעה מתפיסת התלמידים "טעוני הטיפוח" כמי שאינם מסוגלים ללמוד עם שאר התלמידים הן מסיבות "אינטלקטואליות" והן מסיבות "רגשיות" ו"לימודיות".

הקמת חטיבות הביניים הפכה את השימוש בהקבצות מפרקטיקה פדגוגית בה נעשה שימוש חלקי בכיתות הגבוהות של בית הספר היסודי בבתי ספר בהם הייתה אוכלוסייה גדולה של "טעוני טיפוח" לחלק אינטגרלי ממדיניות החינוך המכוונת לכלל האוכלוסייה. כך, בחוברת אותה הוציא משרד החינוך בשנת 1970 (המזכירות הפדגוגית, 1970) המפרטת את עקרונות חטיבת הביניים לקראת יישום הרפורמה נכתב כי הקבצות יתחילו ההקבצה בכיתה ז' בשלושה מקצועות לימוד: מתמטיקה אנגלית ושפה. כלומר, חטיבות הביניים אשר הוצגו לציבור הרחב כמנגנון שמטרתו לקדם שוויון הזדמנויות כללו כבר מראשיתן מנגנון סגרגטיבי מובהק המשמר, ואף מרחיב, פערים השכלתיים. דבר זה היה

ידוע כבר בעשורים הראשונים ליישום הרפורמה. במחקר שהתבסס על מדגם גדול של תלמידים בחטיבות ביניים בתחילת שנות השבעים הראה אברהם יוגב (Yogev, 1981) שההצבה להקבצות היא המנגנון המתווך המשמעותי ביותר בין רקע חברתי להצבה למסלולי לימוד בחטיבה העליונה. השפעה זו נמצאה חזקה יותר מזו של השאיפות ההשכלתיות של התלמידים או השפעת אחרים משמעותיים (הורים, מורים ועמיתים). ההצבה להקבצות משפיעה גם על השאיפות של התלמידים וגם על האופן שבו הם נתפסים על ידי גורמי בית הספר שאחראים על השיבוץ למסלולים בחטיבה העליונה. משמעות הדבר היא שההקבצות כיסוד מבני מרכזי של חטיבת הביניים מהוות מנגנון משענת רב עוצמה שמבטל במידה רבה את ההשפעה החיובית האפשרית של האינטגרציה החברתית. בנאום שנשא במסגרת כנס על עשרים שנה לרפורמה אמר ישראל ריץ', מהחוקרים הבולטים של יישומה: "התלמידים החלשים הנמצאים בהקבצה הנמוכה, זוכים להוראה נמוכה [...] רק לבתי ספר מעטים יש תכנית עבודה ממנה עולה איך בדעת המנהל והמורים לקדם את התלמידים בהקבצה הנמוכה ולחלצם ממנה" (סבירסקי, 1990, עמ' 156). מחקרים נוספים שנערכו במהלך השנים בישראל הצביעו על כך שכמו במקומות אחרים בעולם, ההקבצות יוצרות פערים בחשיפה לידע ובהתקדמות הלימודית, וכן שבתי ספר נוטים להציב בהקבצות ה"נמוכות" מורות ומורים עם פחות ניסיון בהוראה ועם השכלה דיסציפלינרית פחותה (קאהן, לינצ'בסקי ואיגרא; 1995, גליקמן וליפשוט, 2013). למרות ממצאים אלו, ההקבצות התקבעו כחלק בלתי נפרד מחטיבות הביניים הישראליות באנגלית ובמתמטיקה, ורוב התלמידים מחולקים להקבצות במקצועות אלו במהלך כיתה ז' או ח'. בנתונים שניתחנו ונציג להלן מצאנו כי כ-75% מחטיבות הביניים המשרתות את האוכלוסייה היהודית הלא-דתית מחלקים את התלמידים להקבצות באנגלית ובמתמטיקה. בחינוך הערבי נפוצות יותר כיתות אם ממוינות על פי הישגים כבר בתחילת חטיבת הביניים ואילו בחינוך הממלכתי דתי ישנו מיון לבתי ספר סלקטיביים יותר (ישיבות תיכוניות ואולפנות) וסלקטיביים פחות (בעיקר מקיפים) במעבר מהחינוך היסודי לעל-יסודי. כתוצאה מכך השימוש בהקבצות פחות נפוץ בחינוך הממלכתי-ערבי והממלכתי-דתי ולכן פרק זה לא יעסוק בהם.

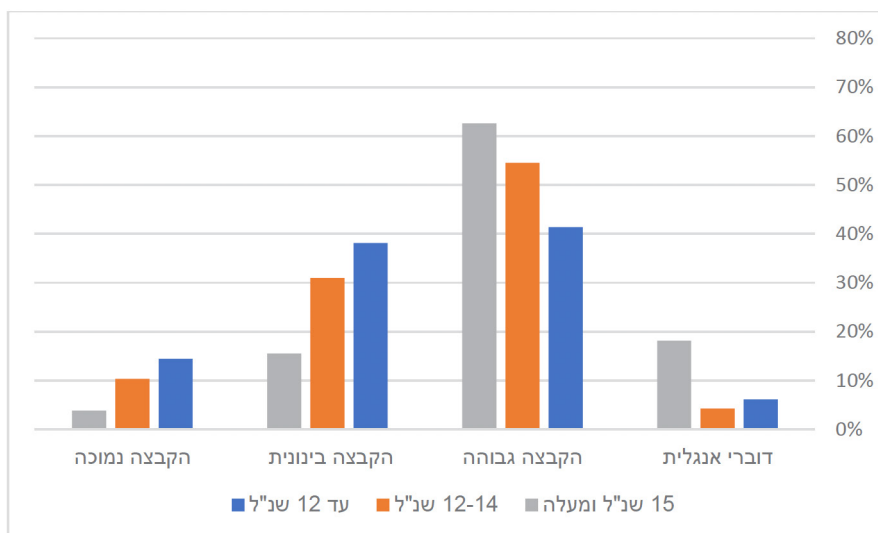
מחקר עדכני על הקבצות כמנגנון מתווך בין רקע חברתי-כלכלי ותעודת בגרות איכותית

למרות מרכזיותן של ההקבצות בחטיבות הביניים בישראל, המחקר שנערך עליהן מועט יחסית ומאז תחילת שנות האלפיים לא נערכו לגביהם מחקרים רחבי היקף כלל. כאמור, שיטת ההקבצות מופעלת לגבי מקצועות המתמטיקה והאנגלית שהם ששניהם מרכזיים מאד בתוכנית הלימודים הישראלית. למקצועות אלו מוקצות שעות לימוד רבות יחסית והם מהווים בסיס חשוב להחלטות באשר להמשך הלימודים בחטיבה העליונה. למשל, דרישות הסף לקבלה למקצועות המדעיים הסלקטיביים ביותר בתיכון, כגון פיסיקה ומחשבים, נסמכות במידה רבה על הישגים קודמים במתמטיקה. בחלק זה של הפרק יוצג מחקר עדכני אשר בחן באמצעות מדגם מייצג ועדכני את חלקן של ההקבצות בחטיבות הביניים כמנגנון המעורב בשימור פערים חברתיים-כלכליים במערכת החינוך (ראו בהרחבה, Feniger et al., 2021). המחקר עוקב אחרי תלמידים מסוף בית הספר היסודי, דרך חטיבת הביניים ועד סוף התיכון. בחלקו הראשון בחנו את הקשר בין הרקע החברתי-כלכלי לבין הצבה ברמות שונות של הקבצה באנגלית ומתמטיקה, ובחלקו השני את הקשר בין רמת ההקבצה במתמטיקה לבין הסיכוי להיבחן בשני מקצועות אלו ברמה הגבוהה ביותר (5 יח"ל) בבחינות הבגרות.

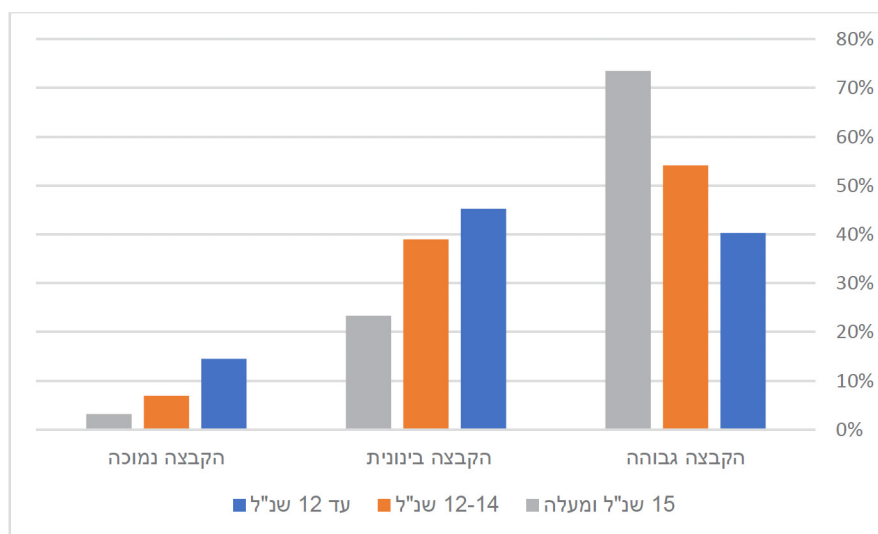
נתוני המחקר נלקחו מקבצי נתונים של הרשות הארצית למדידה והערכה (ראמ"ה) על מבחני מיצ"ב בכיתות ה' ו-ח' ומקבצי משרד החינוך על תלמידים ונבחני בגרות. חיבור הקבצים בוצע באמצעות חדר המחקר של משרד החינוך. באופן זה נוצר מדגם מייצג של תלמידים בחינוך הממלכתי-יהודי שהיו בכיתה ה' בשנת הלימודים תשס"ה, בכיתה ח' בשנת תשס"ח וסיימו י"ב בשנת תשע"ב. משתנה המעמד החברתי-כלכלי בניתוח הוא השכלת ההורים והוא נקבע על פי ההשכלה הגבוהה יותר מבין האב והאם. המחקר מבחין בין אלו שהשכלתם הייתה פחותה מ-12 שנות לימוד, 12-14 שנות לימוד או 15 ומעלה שנות לימוד (השכלה אקדמית). המחקר כלל מדידה של הישגים במבחן המיצ"ב באנגלית ומתמטיקה בכיתה ה', כלומר, לפני הכניסה לחטיבת, מידע על ההקבצה בה היו התלמידים והתלמידות בכיתה ח' ומידע על רמת בחינת הבגרות באנגלית ומתמטיקה בסוף התיכון. כאמור המחקר התמקד באלו שנבחנו ברמה הגבוהה ביותר. בניתוח הרב-משתני שיוצג להלן, נכללו גם שלושה משתני פיקוח נוספים. הראשון היה "מדד הטיפוח" של בית הספר היסודי אשר מתייחס לממוצע הרקע החברתי-כלכלי של הורי התלמידים והתלמידות בבית הספר. ניתן להתייחס למדד זה כביטוי לרמה הכלכלית חברתית של השכונה בה ממוקם בית הספר. השני היה

השקעה בשיעורי בית והשלישי קבלת שיעורים פרטיים. משתנים אלו מבטאים את הסביבה הלימודית הביתית ואת המוטיבציה של התלמידים והתלמידות. הניתוח כלל מדגם של נבחני מתמטיקה ומדגם של נבחני אנגלית בהיקף של כ-3,000 תלמידים ותלמידות כל אחד.

תרשים 1.א. התפלגות ההצבה להקבצות על פי השכלת ההורים - אנגלית



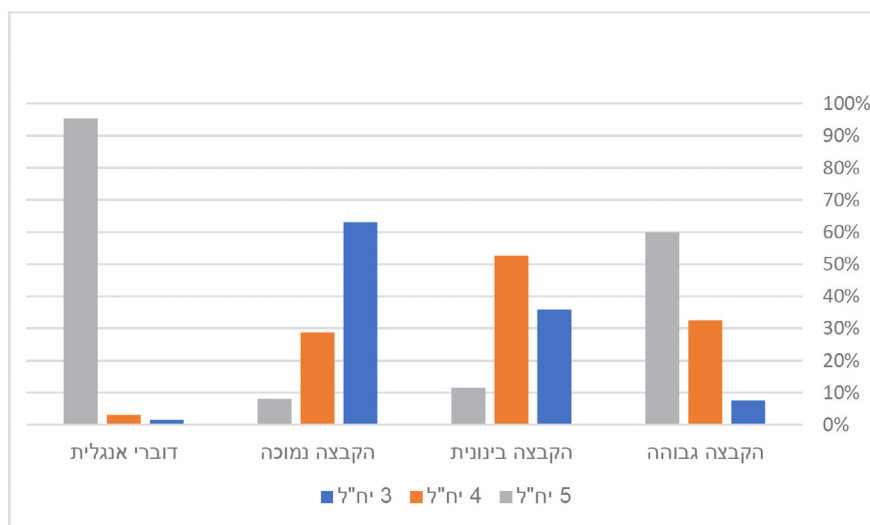
תרשים 1.ב. התפלגות ההצבה להקבצות על פי השכלת ההורים - מתמטיקה



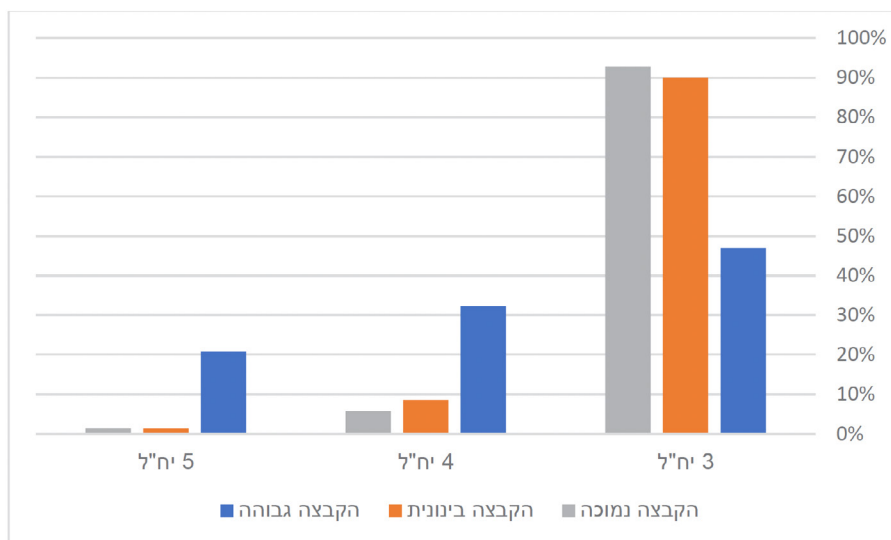
תרשימים 1.א. ו-1.ב. מציגים את התפלגות ההצבה לרמות ההקבצה השונות בתוך כל אחת מרמות השכלת ההורים. הנתונים מראים שלתלמידים שבאים מבתי משכילים יותר סיכוי גבוה יותר ללמוד בהקבצה הגבוהה, ואילו תלמידים שמגיעים מבתי עם השכלת הורים נמוכה יש סיכוי גבוה יותר ללמוד בהקבצה נמוכה או בינונית. כך למשל, יותר מ-70% מהילדים והילדות להורים עם השכלה אקדמית למדו בהקבצה הגבוהה ביותר, לעומת כ-40% מהילדים והילדות להורים עם ההשכלה הנמוכה ביותר. בתמונה דומה גם באנגלית. יותר מ-60% מהילדים והילדות מהבתי המשכילים ביותר למדו בהקבצה הגבוהה ועוד כ-20% מהם למדו בהקבצה המיועדת ל"דוברי אנגלית" (כאלה שרמת האנגלית שלהם גבוהה מאד וקרובה לדוברים ילידיים של השפה). לעומת זאת בקרב אלו שבאו מבתי עם השכלה נמוכה, רק כ-40% למדו בהקבצה הגבוהה ועוד כ-5% בהקבצת "דוברי אנגלית". מקרב קבוצה זו כ-45% למדו בהקבצה בינונית ועוד כ-15% בהקבצה הנמוכה.

תרשימים 2.א. ו-2.ב. מראים את הקשר שבין ההצבה להקבצה בכיתה ח' לבין היבחות באנגלית ומתמטיקה בסוף התיכון ברמה של 5 יח"ל. כצפוי, תרשימים אלו מלמדים על קשר חזק בין רמת ההקבצה הסיכוי להיבחן ברמה הגבוהה ביותר בתיכון בשני מקצועות אלו. במתמטיקה כ-20% מאלו שלמדו בהקבצה הגבוהה נבחנו בחמש יח"ל לעומת פחות 1.5% מאלו שלמדו בהקבצות נמוכות יותר. למעשה, כמעט כל אלו שנבחנו ברמה זו במתמטיקה למדו בהקבצה הגבוהה. באנגלית, כ-60% מאלו שלמדו בהקבצה הגבוהה נבחנו בחמש יח"ל לעומת כ-12% מאלו שלמדו בהקבצה בינונית וכ-8% מאלו שלמדו בהקבצה נמוכה (כצפוי, כמעט כל אלו שלמדו בהקבצת "דוברי אנגלית" נבחנו ברמת 5 יח"ל). כלומר, מי שלא נכנסו להקבצה הגבוהה ביותר בתחילת חטיבת הביניים סיכוייהם להיבחן ברמה הגבוהה ביותר בבחינות הבגרות בסוף התיכון נמוכים מאד, בעיקר במתמטיקה. נתונים אלו מצביעים גם על מסלול ברור של שעתוק חברתי: תלמידים ממעמד חברתי-כלכלי נמוך בעלי סיכוי נמוך יותר ללמוד בהקבצות הגבוהות וכתוצאה מכך סיכוייהם להשיג תעודת בגרות איכותית אשר פותחת אפשרויות ללימודים גבוהים בתחומים מבוקשים נמוכים גם הם.

תרשים 2.א. הקשר בין רמת ההקבצה והיבחות בחמש יח"ל במבחן הבגרות באנגלית



תרשים 2.ב. הקשר בין רמת ההקבצה והיבחות בחמש יחידות במבחן הבגרות במתמטיקה



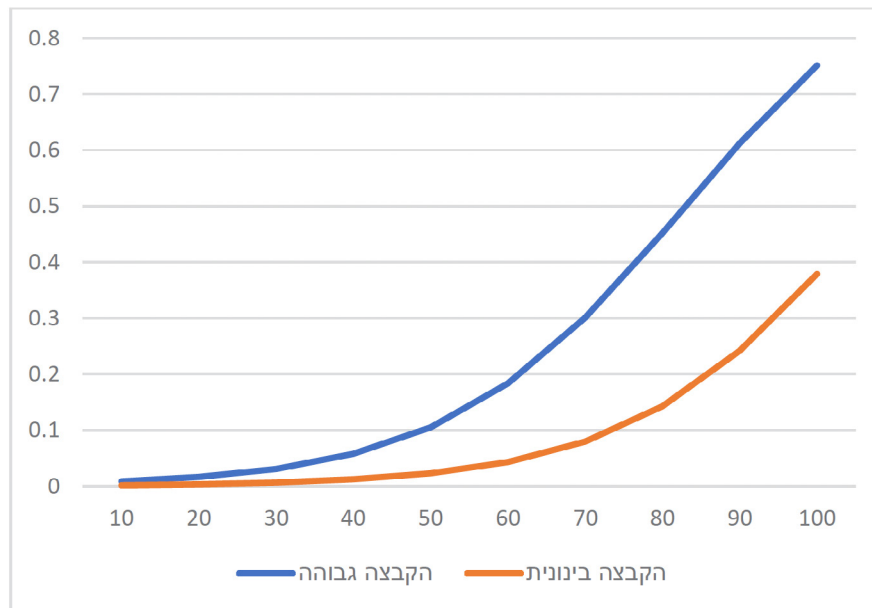
הניתוח התיאורי שהוצג כאן משאיר שתי שאלות מרכזיות פתוחות לגבי המנגנונים שעומדים מאחורי הדפוסים שנמצאו. השאלה הראשונה היא האם הקשר שבין הרקע החברתי-כלכלי של הורי התלמידים והתלמידות והצבתם לרמות שונות של הקבצה נשען אך ורק על הישגים קודמים או גם על משתנים אחרים. במילים אחרות ניתן לשאול

האם תלמידים ותלמידות מבתים עם השכלה נמוכה יחסית מגיעים באחוזים גבוהים יותר להקבצות נמוכות רק בגלל הישגיהם הלימודיים הנמוכים יותר או גם בשל החלטות של בית הספר שאינן מבוססות על ציונים אלו. השאלה השנייה היא האם הקשר שבין רמת ההקבצה ורמת הבחינה בתיכון הוא אך ורק תוצאה של הבדלים ב"יכולת הלימודית" איתה מגיעים התלמידים והתלמידות לחטיבת הביניים, או שהיתרון של הצבה להקבצה גבוהה גדל במהלך שנות הלימודים בשלב זה. כדי לענות על שאלות אלו נעשה במחקר שימוש במודלים סטטיסטיים רב-משתניים המבוססים על רגרסיה לוגיסטית (תיאור מפורט של השיטה והממצאים נמצא אצל Feniger et al. 2021).

לגבי השאלה הראשונה המחקר הראה שגם לאחר שמחזיקים קבוע את הישגי התלמידים שנמדדו בכיתה ה' (כלומר, לפני חטיבת הביניים) ומפקחים על משתנים נוספים שקשורים למוטיבציה והשקעה בשיעורים פרטיים, עדיין לבנים ובנות להורים משכילים היה יתרון לא זניח בסיכויי ללמוד בהקבצה הגבוהה ביותר לעומת בנים ובנות להורים משכילים פחות. ממצא זה התקבל הן ביחס לאנגלית והן ביחס למתמטיקה. משמעות הדבר היא שהנחיתות של אלו שהוריהם אינם משכילים בסיכויי ללמוד בהקבצה הגבוהה אינה רק תוצאה של הישגים נמוכים יותר אלא גם של החלטות בית-ספריות אשר מפלות אותם לרעה. יתכן גם שממצא זה קשור ליכולת הרבה יותר של הורים ממעמד חברתי-כלכלי להשפיע על החלטות בית הספר (ראו למשל, Dumont et al. 2019) וכתוצאה מכך הם מצליחים להכניס את ילדיהם להקבצה הגבוהה גם אם אינם עומדים בדרישות הסף הפורמליות. מחקר זה התבסס רק על ניתוח סטטיסטי ולכן לא ניתן היה לבחון באופן ישיר הסבר זה, אבל ראוי לבדוק אותו במחקרי המשך שיתבססו גם על ראיונות עם הורים ומוורים ועל תצפיות שקשורות ליחסי הורים-בית ספר.

ביחס לשאלה השנייה נמצא שההקבצות בחטיבת הביניים אינן רק מנגנון שמשכפל פערים קודמים, אלא שהן מגדילות את הפערים בעצמן. במקרה זה הניתוח התמקד בתלמידים שציוניהם במבחן המיצ"ב בכיתה ה' נמצאים בטווח שאופייני לאלו שיכולים היו להיכנס הן להקבצה הגבוהה והן להקבצה הבינונית. הניתוח, הראה שעבור תלמידים עם ציונים זהים בכיתה ה' ורקע חברתי-כלכלי זהה, עצם ההצבה להקבצה גבוהה יותר מגדילה את הסיכוי להיבחן בחמש יחידות הן במתמטיקה והן באנגלית. המחשה לממצא זה ניתן למצוא בתרשים 3 המציג את הממצאים לגבי הסיכוי להיבחן בחמש יחידות מתמטיקה בקרב בנים עם השכלת הורים בינונית (12-14 שנות לימוד). בציר ה-X מופיעים ציוני התלמידים במבחן המיצ"ב במתמטיקה בכיתה ה' ובציר ה-Y ניבוי הסיכוי להיבחן בחמש יחידות במתמטיקה על מודל הרגרסיה. הקו הכחול מייצג את אלו שהוצבו להקבצה הגבוהה והקו הכתום את אלו שהוצבו להקבצה הבינונית. הפער בין הקווים מייצג את הפער בסיכויים להיבחן בחמש יחידות עבור תלמידים עם נתוני רקע דומים אבל הצבה שונה להקבצה בחטיבת הביניים. ממצאים דומים התקבלו גם עבור בנות וגם עבור רמות השכלת הורים אחרות. תרשים 1 מלמד על פער משמעותי בסיכוי להיבחן בחמש יחידות במתמטיקה בין מי ששובצו להקבצה גבוהה ובינונית, גם אם בכל שאר המשתנים במודל הם היו זהים.

תרשים 3. ניבוי הסיכוי להיבחן בחמש יחידות במתמטיקה לפני ציון מיצ"ב בכיתה ה' והצבה להקבצה בחטיבת הביניים.



הערה: פרופיל הניבוי מתייחס לבנים להורים בעלי השכלה של 10-14 שנות לימוד

ניתן להצביע על שלושה הסברים מרכזיים לממצא זה. הראשון הוא קשור להיבט ארגוני של בית הספר ולאופן המיון לרמות לימוד לבגרות. לפי הסבר זה בתי ספר עושים שימוש ברמת הקבוצה בחטיבת הביניים כבסיס להחלטה על רמת הלימוד בתיכון. כלומר, עצם ההצבה להקבוצה בתחילת חטיבת הביניים מסמנת כבר בשלב זה את המסלול הלימודי עד סוף התיכון. ההסבר השני קשור להתפתחות לימודית וחשיפה לחומרי לימוד ברמה גבוהה. על פי הסבר זה תלמידים ותלמידות בהקבוצה הגבוהה לומדים יותר במהלך חטיבת הביניים מאלו שהוצבו להקבוצה הבינונית ולכן יכולתם להתמודד עם רמות קושי גבוהות רבה יותר. במקרה זה ההצבה להקבוצה הגבוהה אינה מסמנת את התלמידים כמתאימים ללימודים ברמה הגבוהה ביותר אבל מאפשר להם לפתח יכולת טובה יותר להשתלב ברמת לימוד זו. ההסבר השלישי קשור להיבטים מוטיבציוניים אצל התלמידים. עצם ההצבה לרמות שונות של הקבוצה מפתחת אצל תלמידים רמות שונות של מוטיבציה לימודית, תפיסה עצמית ביחס לתחום הידע ולימודים בכלל ושאיפות לעתיד. כתוצאה מכך תלמידים אשר הוצבו בהקבוצה בינונית לא יתפסו את עצמם כמתאימים לרמת הלימוד הגבוהה ביותר, לא ישאפו להגיע אליה ולא יאבקו על האפשרות ללמוד אותה. יתכן כמובן שחלק מהסברים אלו, או כולם, פועלים במקביל. נתוני המחקר אפשרו לבחון רק את ההסבר השני, כלומר, קצב למידה שונה. דבר זה נעשה באמצעות הוספת ציון מיצ"ב באנגלית ומתמטיקה בכיתה ח' למודלים המנבאים היבחות ברמה הגבוהה ביותר בבחינת הבגרות בשני המקצועות. במילים אחרות, נבדק האם ציון זה מתווך את הקשר שבין ההצבה להקבוצה בתחילת חטיבת הביניים לבין רמת ההיבחות בבגרות בתיכון. הממצאים הראו שבמתמטיקה הסבר זה יש להסבר זה חשיבות גדולה יותר מאשר באנגלית, אבל בכל מקרה נדרשים מחקרי המשך אשר יבחנו את מכלול ההסברים יחד.

שיטת ההקבצות נכנסה למערכת החינוך הישראלית בשנות הששים של המאה העשרים כחלק מ"מדיניות הטיפוח" והפכה לחלק בלתי נפרד ממדיניות החינוך בתחילת השבעים יחד עם הרפורמה המבנית. באמצעות הקמת חטיבות ביניים בין בית הספר היסודי ושלב התיכון ביקשו מעצבי הרפורמה להרחיב את הגישה לחינוך על-יסודי ולדחות את ההסללה הרשמית לשלב החטיבה העליונה. אולם, הטמעת ההקבצות באנגלית ובמתמטיקה בתוך חטיבות הביניים כבר מראשיתן לא רק שלא אפשרו את דחיית מיון התלמידים לשלב מאוחר יותר אלא אף הקדימו אותו לכיתה ז', שבה בתי ספר רבים מחלקים את התלמידים והתלמידות להקבצות. יתר על כן, אחד מהיעדים המרכזיים של הרפורמה בחינוך העל-יסודי היה קידום אינטגרציה חברתית בין שכבות אוכלוסייה שונות במסגרת חטיבות הביניים בבתי ספר מקיפים, אך חלוקת התלמידים להקבצות פעלה כנגד אפשרות זו בכך שיצרה מגננונים סגרגטיביים בתוך בית הספר האינטגרטיבי. מחקרים שנערכו במהלך השנים הראו, שכמו במדינות אחרות בעולם, גם בישראל השימוש בהקבצות קשור בשימור פערים חברתיים ואף בהגדלתם. המחקר העדכני שהוצג בפרק זה ממחיש את מרכזיותן של ההקבצות כמנגנון המחזק את אי-השוויון ההשכלתי בישראל.

השאלה המרכזית שנשאלת, אם כן, היא כיצד ניתן להתמודד עם השונות הרבה באוכלוסיית התלמידים מבלי להחמיר פערים קיימים. בניגוד לטענה הנשמעת לא מעט שהקבצות הן המענה היחיד האפשרי, ידע שנצבר במדינות שונות, כולל ישראל, הראה באופן משכנע שישנן חלופות להוראה בחטיבת הביניים שאינן מבוססות על הקבצות. לפני שאציג דוגמאות לכך חשוב לציין שלוש עובדות חשובות. ראשית, בישראל הקבצות קיימות במתמטיקה ובאנגלית אך לא במקצועות אחרים. משמעות הדבר היא שמורים בחטיבות ביניים בישראל יודעים ויכולים ללמד ללא הקבצות. שנית, השימוש בהקבצות קיים במדינות מסוימות אך לא באחרות. כך למשל, מדיניות החינוך הרשמית במדינות כמו פינלנד, צרפת ויפן אינה כוללת הקבצות בגילאי חטיבת הביניים. יתר על כן, גם מדינות בהן השימוש בהקבצות קיים הוא אינו נפוץ ברוב בתי הספר (OECD, 2020). שוב, משמעות הדבר היא שהשימוש בפרקטיקה זו נובע מבחירת אלטרנטיבה אחת על פני אלטרנטיבות אחרות ואינו גזרת גורל שאין בילתה. שלישית, הוויכוח על השימוש בהקבצות קיים כבר קרוב למאה שנה, מאז כניסתן למערכת החינוך האמריקאית והעדויות המחקריות מצביעות באופן עקבי על פוטנציאל הנזק שלהן בעיקר עבור קבוצות חברתיות מוחלשות ותלמידים עם קשיים לימודיים. כלומר, השימוש המתמשך ונפוץ בהקבצות אינו תוצאה של קונצנזוס בקרב החוקרים, המחנכים ומקבלי החלטות על יתרונותיה, אלא מתקיים למרות ביקורת מתמשכת כלפיה.

המחקר החינוכי מציע כמה חלופות בולטות לשימוש בהקבצות אשר נבדקו באופן מחקרי והוכחו כיעילות. המחקר הבינלאומי מציע מגוון של גישות פדגוגיות להתמודדות עם השונות הרבה באוכלוסיית התלמידים והתלמידות ללא חלוקה לקבוצות על פי "רמת יכולת" ומחקרים אלה מלמדים שניתן ללמד גם בקבוצות הטרוגניות כאשר קידום התלמידים ותמתקשים יותר אינו בא על חשבון פיתוח של מצוינות. המחקר מצביע על כך שכדי לקדם תלמידים ותלמידות בעלי הישגים נמוכים יש להציב להם יעדי למידה משמעותיים. אחת הבעיות המרכזיות של שיטת ההקבצות, כפי שהוסבר לעיל, היא שבקבוצות ה"נמוכות" קיימת רמת ציפיות נמוכה מהתלמידים והתלמידות. למידה בכיתה הטרוגנית מאפשרת הצבת יעדים כאלה אבל מקשה על ההוראה והלמידה. הספרות מציעה שלושה כיוונים עיקריים שהוכחו מחקרית כמוצלחים להתמודדות עם קושי זה. הראשון הוא תמיכה פרטנית ("אחד על אחד") בתלמידים ותמתקשים. ות. תמיכה זו צריכה להינתן גם במסגרת השיעור הרגיל (למשל בזמן למידה עצמית) וגם מעבר לשעות הלימוד הקבועות במערכת. חשוב שתמיכה זו תינתן על ידי מורות ומורים בעלי ידע מעמיק בחומרי הלימוד ובשיטות של הוראה פרטנית אפקטיבית. מחקרים מלמדים שאם הדבר נעשה נכון זוהי הגישה האפקטיבית ביותר לקידום של תלמידים ותמתקשים. ות. הכיוון השני הוא מעקב קפדני אחרי ההתקדמות של תלמידים ותמתקשים. ות. ומתן משוב איכותי ומתמשך על תוצרי הלמידה שלהם. גישה זו שמה את הדגש על הניסיון להבין מדוע התלמידים ות לא מצליחים. ות. ועל פיתוח של מענה אינדיבידואלי לקשיים שלהם. שמטרתו היא לאפשר להמשיך ללמוד במסגרת הטרוגנית. שילוב של גישה זו יחד עם הגישה הראשונה שהוצגה יכול להיות אפקטיבי במיוחד (ראו: איילון ושותפיה, 2019, פרק 9).

בעוד ששני כיווני ההתערבות הראשונים שהוצגו כאן אינם דורשים שינוי רדיקלי של שיטות ההוראה, הכיוון השלישי מתבסס על שינוי כזה. מדובר על מעבר ללמידה שיתופית בקבוצות קטנות והטרוגניות. כלומר הכיתה מחולקת לקבוצות קטנות, בדרך כלל ארבעה תלמידים. ות. בקבוצה, כאשר בחלוקה ישנה תשומת לב רבה לשמירה על

הגיוון בתוך הקבוצות כך שלא ייווצרו קבוצות חזקות, בינוניות וחלשות אשר למעשה משכפלות את שיטת ההקבוצות. גישה זו מבוססת על כמה עקרונות מרכזיים. ראשית הלמידה אמורה להיות פעילה יותר תוך העברת אחריות מהמורים והמורות לתלמידים. המורות והמורים משמשים לא רק כאלו שמעבירים חומרי לימוד אלא גם, ובעיקר, מנחים של העבודה הקבוצתית. כדי לאפשר שינוי כזה במקרים רבים התלמידים והתלמידות שותפים להחלטות על נושאי לימוד ועוסקים בעבודות חקר עצמאיות. שנית, גישה זו שמה דגש רב על למידת עמיתים כך שאלו שמתקדמים מהר יותר בהבנת חומר הלימוד מסייעים. ות לאלו שהתקדמותם איטית יותר. למידת עמיתים זו מקדמת גם את ה"חזקים" ולא רק את ה"חלשים" מכיוון שניסיון להסביר לאחר מאפשר הבנה עמוקה יותר של חומר הלימוד. מחקרים מראים גם שבמהלך העבודה המשותפת מתגלה פעמים רבות שגם למתקשים יש יכולת חשובה לתרום להתקדמות הקבוצה בדרכים מגוונות. שלישית, הערכת תוצרי הלמידה נעשית באופן מגוון שכולל מעבר למבחני בקיאות גם הצגה בעל פה, הגשת עבודות ועוד. בנוסף לכך ההערכה כוללת גם התייחסות משמעותית לתהליכי הלמידה ולעזרה ההדדית בתוך הקבוצה הקטנה. כלומר, מעבר ליתרונות הלימודיים המוכחים של גישה זו היא גם מפתחת באופן אמיתי ואוטנטי ערכים שמערכת החינוך מבקשת לקדם ותורמת להתפתחות רגשית וחברתית. למרות שמחקרים רבים הראו את היתרונות של גישה זו על פני הוראה מסורתית, היא אינה נפוצה בשל הקשיים הארגוניים הכרוכים בהפעלתה, התנגדות של מורות ומורים לשינוי, העדר הכשרה מתאימה ועוד (להרחבה ראו: איילון ושותפיה, 2019, פרק 9; שרן, 1989).

שלושת הכיוונים לשינוי שהוצגו כאן מציעים אלטרנטיבות חשובות לשימוש הנפוץ מאד בהקבוצות בחטיבות הביניים הישראליות. הם דורשים, כמובן, הכשרה, ליווי ובעיקר חזון של מקבלי החלטות אשר מעוניינים. ות לקדם שיוויון השכלתי וחברתי בישראל. מכיוון שביטול שיטת ההקבוצות אינו מהלך פשוט ובכל מקרה הוא ידרוש זמן, חשוב להציג גם כמה אפשרויות לשינויים קטנים יותר אשר עשויים להפחית את ההשפעות השליליות של שיטה זו על תלמידים ותלמידות מקבוצות מוחלשות. ראשית, רצוי לדחות את החלוקה להקבוצות לגיל מבוגר יותר מאשר תחילת חטיבת הביניים. חלוקה להקבוצות בכיתה ט' תחליש את השפעתן השלילית לעומת חלוקה בתחילת כיתה ז' מכיוון שהיא תאפשר לתלמידים ותלמידות לסגור פערים שנוצרו בבית הספר היסודי (כמובן שזה יקרה רק אם בית הספר ישקיע בכך חשיבה ומשאבים). שנית, עדיף לחלק את התלמידים והתלמידות לכמה שפחות קבוצות על פי "יכולת". ככל שיש יותר קבוצות כך הסימון של התלמידים. ות הן מבחינת המערכת והן כלפי עצמם חזק יותר ולכן מזיק יותר ל"חלשים". שלישית, חשוב שבית הספר יקפיד על גמישות במעבר בין הקבוצות, יאפשר מעבר קל להקבוצה גבוהה יותר ויפעל באופן מתמשך לעודד תלמידים ותלמידות לעשות (להרחבה ראו: Hallinan, 1987; Francis et al. 2019).

לסיכום, פרק זה הציג בקצרה את הידע המצטבר לגבי שימוש בהקבוצות בחטיבת הביניים תוך הדגשת השפעתן השלילית על קבוצות מוחלשות, תלמידים. ות בעלי קשיי למידה ועל תמונת אי-השוויון ההשכלתי והחברתי. מטרתו העיקרית של הפרק היא לעורר דיון מחודש על הנושא שכמעט ואינו מתקיים היום בציבור הרחב, בקרב מקבלי החלטות ובשדה החינוך. בשנים האחרונות מערכת החינוך הישראלית העמיקה את השימוש במנגנוני בידול בתוך חטיבת הביניים באמצעות עידוד הקמתן של כיתות "מצוינות" ובכך הוסיפה להקבוצות הוותיקות עוד רובד של הסללה פורמלית כבר בשלב מוקדם מאד של הקריירה ההשכלתית של התלמידים והתלמידות. לדעת כותב פרק זה, חשוב שיתקיים דיון ציבורי ביקורתי על מנגנוני הבידול הוותיקים והחדשים תוך הצבת יעד של צמצום אי-השוויון ההשכלתי בישראל במקום גבוה בסדר העדיפות החינוכי. מטבע הדברים, פרק זה ביקש להציג את הנושא באופן תמציתי ונגיש לקהל רחב ולכן יש לראות בו קודם כל קריאה להתעמקות נוספת בנושא ובספרות המחקרית הענפה מאד הקיימת לגביו.

רשימת מקורות

- אדלר, ח' וסבר ר' (1998). *רכס או נכס? השכלה לכל וטיפוח חינוכי*. ירושלים: המכון לחקר הטיפול בחינוך, האוניברסיטה העברית.
- איילון, ח', בלס, נ', פניגר, י' ושביט, י' (2019). *אי-שוויון בחינוך: ממחקר למדיניות*. ירושלים: מרכז טאוב לחקר המדיניות החברתית בישראל.
- גליקמן, ח', וליפשוט, נ' (2013). *הוראה בקבוצות לימוד (הקבוצות) במתמטיקה בחטיבות הביניים: בראי המבחנים*. רמת גן: הרשות הארצית למדידה והערכה בחינוך.
- גמוראן, א' (2017). *אי-שוויון והסללה: כיוונים חדשים למחקר ולמדיניות*. בתוך: ר' ארביב-אלישיב, י' פניגר וי' שביט (עורכים), *יש סיכוי לשינוי? תאוריה ומחקר עדכני על שוויון הזדמנויות בחינוך* (עמ' 297-320). תל אביב: הוצאת מכון מופ"ת.
- ירון, א' (1979). *ההקבצה, מהותה ועקרונותיה*. בתוך: ש. עדיאל (עורך), *עשור למפעלי הטיפול (עמ' 67-73)*. ירושלים: משרד החנוך והתרבות.
- הכנסת (1971). *דין וחשבון הוועדה הפרלמנטרית לבחינת מבנה החינוך היסודי והעל יסודי בישראל תשכ"ו-תשכ"ח* (דו"ח ועדת רימלט). ירושלים: הכנסת.
- המזכירות הפדגוגית (1970). *חטיבת הביניים: עקרונות, קווים מנחים והוראות ביצוע*. ירושלים: משרד החינוך.
- סבירסקי, ש. (1990). *חינוך בישראל: מחוז המסלולים הנפרדים*. תל אביב: ברירות.
- רש, נ' וכפיר, ד' (2004). *מיזוג חינוכי בישראל: שלוש שנים של מדיניות הסננית בצל אידיאולוגיה משתנה*. *מגמות*, מ"ג, 1, 63-33.
- קאהן, ס', לינצ'בסקי, ל', ואיגרא, נ' (1995). *השפעת רמת ההקבצה על ההישגים במתמטיקה בחטיבת הביניים*. *מגמות*, ל"ז, 2-1, 76-93.
- שרן, ש' (1989). *למידה שיתופית בקבוצות קטנות - סקירה של שיטות ומחקר*. *עיונים בחינוך: כתב עת למחקר בחינוך*, 51-52, 87-114.
- Cahan, S., Linchevski, L., Ygra, N., & Danziger, I. (1996). *The cumulative effect of ability grouping on mathematical achievement: A longitudinal perspective*. *Studies in Educational Evaluation*, 22(1), 29-40.
- Chapman, P. D. (1988). *Schools as sorters: Lewis M. Terman, applied psychology, and the intelligence testing movement, 1890-1930*. New York University Press.
- Dumont, H., Klinge, D., & Maaz, K. (2019). The Many (Subtle) Ways Parents Game the System: Mixed-Method Evidence on the Transition into Secondary-School Tracks in Germany. *Sociology of Education*, 92(2), 199-228.
- Feniger, Y., Bar-Haim, E., & Blank, C. (2021). From social origin to selective high school courses: Ability grouping as a mechanism of securing social advantage in Israeli secondary education. *Research in Social Stratification and Mobility*, 76, 100627.
- Francis, B., Connolly, P., Archer, L., Hodgen, J., Mazenod, A., Pepper, D., et al. (2017). Attainment Grouping as self-fulfilling prophecy? A mixed methods exploration of self-confidence and set level among Year 7 students. *International Journal of Educational Research*, 86, 96-108.

- Francis, B., Taylor, B., & Tereshchenko, A. (2019). *Reassessing 'ability' grouping: improving practice for equity and attainment*. New York: Routledge.
- Gamoran, A. (1986). Instructional and institutional effects of ability grouping. *Sociology of Education*, 59(4), 185–198.
- Hallinan, M. T. (1987). Ability grouping and student learning. In M. T. Hallinan (Ed.), *Social organization of schools: New conceptualizations of the learning process* (pp.41–69). New York, NY: Plenum.
- Kulik, J. A. (1993). An Analysis of the Research on Ability Grouping. Washington, D.C.: National Center for Research on Gifted and Talented. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED367095.pdf>
- McGillicuddy, D., & Devine, D. (2018). 'Turned off 'or 'ready to fly'—Ability grouping as an act of symbolic violence in primary school. *Teaching and Teacher Education*, 70, 88–99.
- OECD (2020). PISA 2018 results (volume v): *Effective policies, successful schools*. Paris: Organisation for Economic Cooperation and Development.
- Ortar, G. R. (1967). Educational achievement of primary school graduates in Israel as related to the socio-cultural background. *Comparative Education*, 67, 1, 23–34.
- Slavin, R. E. (1993). Ability grouping in the middle grades: Achievement effects and alternatives. *The Elementary School Journal*, 93(5), 535-552.
- Yogev, A. (1981). Determinants of early educational career in Israel: Further evidence for the sponsorship thesis. *Sociology of Education*, 54(3), 181-194.